

Шановні абітурієнти!

Результати зовнішнього незалежного оцінювання (ЗНО) є вкрай важливими для абітурієнтів. Для того щоб сертифікат з результатами ЗНО брав участь у конкурсі, кількість балів у ньому повинна бути не меншою від 124 із 200 можливих за умови, що математика не є профільною дисципліною, і не меншою від 140 балів із 200 можливих у випадку, коли математика – профільний предмет.

Сподіваюся, що посібник, який ви тримаєте в руках, допоможе швидко і якісно підготуватися до ЗНО в умовах обмеженого часу як учням, що мають достатні знання, так і учням, які за кілька місяців до закінчення школи вирішили складати ЗНО з математики.

Спочатку перевірте, що ви знаєте! Для цього виконайте *тренувальний тест № 1*, який повністю відповідає програмі ЗНО з математики. Тест складається із завдань кількох типів. Спочатку пропонується 20 завдань з вибором однієї правильної відповіді (№ 1 – № 20). Це завдання оцінюється в 1 бал, якщо вказано правильну відповідь, і 0 балів, якщо вказано неправильну відповідь або відповіді не надано.

Далі подано 4 завдання на встановлення відповідностей (№ 21 – № 24). До кожного завдання подано інформацію, позначену цифрами (ліворуч) і буквами (праворуч). Щоб виконати завдання, необхідно встановити відповідність інформації, позначеної цифрами і буквами (утворити логічні пари). Завдання вважають виконаним, якщо абітурієнт правильно зробив позначки на перетинах рядків (цифри від 1 до 4) і колонок (букви від А до Д). Абітурієнт отримує 1 бал за кожну правильно встановлену відповідь (логічну пару) і 0 балів, якщо не вказано жодної правильної логічної пари або відповіді на завдання не надано.

Далі пропонується 8 завдань відкритої форми з короткою відповіддю (№ 25 – № 32). Під час виконання цих завдань потрібно отримати числовий результат тієї розмірності, яка вказана в умові. Цей результат є цілим числом або скінченним десятковим дробом. Абітурієнт отримує 2 бали, якщо зазначено правильну відповідь, і 0 балів, якщо зазначено неправильну відповідь або завдання взагалі не виконано.

Виконуючи тренувальний тест, оберіть правильний варіант відповіді до кожного із завдань та потренуйтеся позначати його в бланку відповідей (с. 8). Не робіть інших позначок у бланку, оскільки комп'ютерна програма реєструватиме їх як помилки. Після виконання тренувального тесту № 1 перевірте відповіді до нього та ознайомтеся із розв'язаннями. Знайдіть суму тестових балів, які ви отримали за його виконання. Тестові бали за спеціальною таблицею переводяться у бали сертифіката (від 100 до 200 балів). Ці таблиці оприлюднюються після перевірки всіх робіт Українським центром оцінювання якості освіти і кожного року є оригінальними.

Приступаємо до роботи! Теоретичний курс посібника, приклади розв'язання вправ і тестових завдань, тестові завдання для самостійного виконання складено відповідно до *програми зовнішнього незалежного оцінювання з математики, що оприлюднена на сайті Українського центру оцінювання якості освіти*. Посібник розраховано на 30 днів підготовки по 120–180 хвилин щодня. Раджу після кожних 40–45 хвилин підготовки робити перерву 10–15 хвилин. Кожний день підготовки закінчуйте *завданнями для самостійного виконання*. У кінці посібника до усіх цих завдань наведено **відповіді**.

Чого навчилися? Після опрацювання посібника виконайте *тренувальний тест № 2* та порівняйте його результати з результатами тренувального тесту № 1.

Шановні вчителі!

Сподіваюсь, що запропонований посібник допоможе вам у підготовці абітурієнтів до ЗНО в рамках обмеженого часу. Маю надію, що посібник стане в нагоді як під час групових (факультативних), так і під час індивідуальних занять.

Посібник допоможе узагальнити і систематизувати матеріал за курс математики 5–11 класів та підготувати учнів безпосередньо до форми проведення ЗНО.

Автор

ТРЕНУВАЛЬНИЙ ТЕСТ № 1

Завдання з вибором однієї правильної відповіді

Завдання 1–20 мають п'ять варіантів відповіді, серед яких лише один правильний. Вибіть правильний, на вашу думку, варіант відповіді.

1. У коробці знаходяться цукерки з білого і чорного шоколаду. Кількість цукерок з білого шоколаду відноситься до кількості цукерок з чорного шоколаду як 1 : 4. Укажіть число, яким МОЖЕ виражатися загальна кількість цукерок.

А	Б	В	Г	Д
39	40	41	42	43

2. Спростіть вираз $\frac{(2ab)^6}{a^2b^3}$.

А	Б	В	Г	Д
$128a^4b^3$	$32a^4b^3$	$64a^3b^2$	$64a^4b^3$	$\frac{64}{ab^2}$

3. 500 г міді сплавили із x г сплаву, в якому мідь становить 30 %. Укажіть формулу для знаходження кількості міді m (у г) у новому сплаві.

А	Б	В	Г	Д
$m = 500 + 30x$	$m = 500 + 0,03x$	$m = 500$	$m = 530x$	$m = 500 + 0,3x$

4. Якщо $x < 0$, то $2 - 4|x| = \dots$

А	Б	В	Г	Д
$2(1 - 2x)$	$6x$	$2(1 + 2x)$	$2(2 + x)$	$-2x$

5. Спростіть вираз $\frac{1}{(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2}$.

А	Б	В	Г	Д
$5 + 2\sqrt{6}$	$5 - 2\sqrt{6}$	$10\sqrt{6}$	$\frac{1}{5}$	$\sqrt{3} - \sqrt{2}$

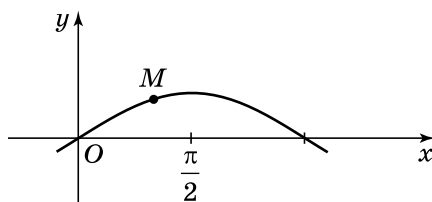
6. Яка з наведених функцій є непарною?

А	Б	В	Г	Д
$y = x^4 - 2x$	$y = x^3 - 2x$	$y = x^2 - 2x$	$y = x^2 + 2x$	$y = x^4 + 2x$

7. Обчисліть знаменник геометричної прогресії (b_n) , якщо $b_1 = -\frac{1}{2}$; $b_4 = 32$.

А	Б	В	Г	Д
4	-4	$-\frac{1}{4}$	-2	2

8. На малюнку зображено фрагмент графіка функції $y = \sin x$. Точка $M\left(\frac{\pi}{3}; y\right)$ належить цьому графіку. Визначте y .



А	Б	В	Г	Д
$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	1

9. Якому з наведених проміжків належить корінь рівняння $\sqrt[3]{x-1} = -4$?

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; -65]$	$(-65; -64)$	$[-64; -63)$	$[-63; -61)$	$[-61; +\infty)$

10. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} 3^x = 9^{-y}, \\ x - y = 6. \end{cases}$ Для одержаного розв'язку $(x_0; y_0)$ визначте суму $x_0 + y_0$.

А	Б	В	Г	Д
6	-2	2	-8	-6

11. Укажіть похідну функції $y = x \cos x$.

А	Б	В	Г	Д
$y' = \cos x - x \sin x$	$y' = \cos x + x \sin x$	$y' = -\sin x$	$y' = 1 - \sin x$	$y' = -x \sin x$

12. Визначте середнє арифметичне чисел 25; 36; 42; 29; 48.

А	Б	В	Г	Д
48	40	38	42	36

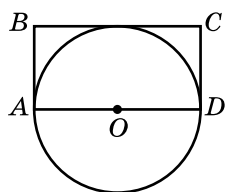
13. У трикутнику ABC кут C – тупий. Укажіть правильну рівність:

А	$AB^2 = AC^2 + CB^2$	Г	$AB^2 = AC^2 + CB^2 - 2 \cdot AC \cdot BC \cdot \sin C$
Б	$AB^2 = AC^2 + CB^2 + 2 \cdot AC \cdot BC \cdot \cos C$	Д	$AB^2 = AC^2 - CB^2$
В	$AB^2 = AC^2 + CB^2 - 2 \cdot AC \cdot BC \cdot \cos C$		

14. Висота рівнобічної трапеції, опущена з вершини тупого кута, ділить протилежну основу на відрізки, відношення яких 1 : 2. Знайдіть периметр трапеції, якщо її висота дорівнює 4 см, а бічна сторона – 5 см.

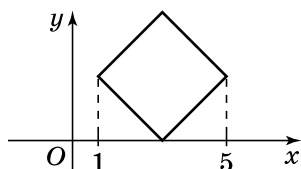
А	Б	В	Г	Д
12 см	16 см	19 см	22 см	25 см

15. На малюнку зображено коло з центром у точці O і прямокутник $ABCD$, периметр якого дорівнює 18 см. Знайдіть довжину кола.



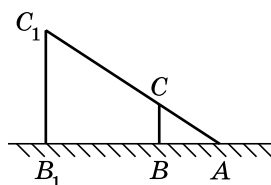
А	Б	В	Г	Д
π см	2π см	4π см	9π см	18π см

16. На малюнку зображено квадрат, діагоналі якого паралельні координатним осям. Знайдіть площу цього квадрата.



А	Б	В	Г	Д
4	8	$8\sqrt{2}$	12	16

17. Для знаходження висоти об'єкта B_1C_1 використали жердину BC завдовжки 1,5 м. Точки A , C і C_1 лежать на одній прямій. Визначте висоту об'єкта B_1C_1 , якщо $AB = 1,4$ м; $AB_1 = 5,6$ м.



А	Б	В	Г	Д
8 м	6,8 м	7,2 м	4,5 м	6 м

18. Знайдіть проекцію точки $B(-1; 4; -2)$ на площину Oxz .

А	Б	В	Г	Д
$(-1; 0; -2)$	$(-1; -4; -2)$	$(0; 4; -2)$	$(-1; 4; 0)$	$(0; 4; 0)$

19. Визначте висоту циліндра, якщо його об'єм дорівнює $54\pi \text{ см}^2$, а радіус основи – 3 см.

А	Б	В	Г	Д
4 см	5 см	6 см	8 см	9 см

20. Радіус конуса дорівнює 3 см, а його висота – 4 см. Знайдіть площу осевого перерізу конуса.

А	Б	В	Г	Д
24 см^2	18 см^2	20 см^2	12 см^2	$15\pi \text{ см}^2$

Завдання на встановлення відповідностей

У завданнях 21–24 до кожного із чотирьох рядків інформації, позначеної цифрою, виберіть один правильний, на вашу думку, варіант, позначений буквою. Поставте позначки в таблицях відповідей до завдань на перетині відповідних рядків (цифри) і колонок (букви).

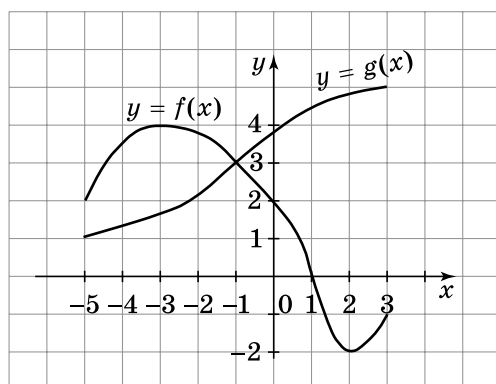
21. Установіть відповідність між властивістю чисел (1–4) і парою чисел (А–Д), що має цю властивість.

Властивість чисел	Пара чисел	А	Б	В	Г	Д
1 Менше число є дільником більшого	А 12 і 25	1				
2 Найбільший спільний дільник чисел дорівнює 5	Б 14 і 21	2				
3 Найменше спільне кратне чисел дорівнює 40	В 7 і 21	3				
4 Числа взаємно прості	Г 10 і 15	4				
	Д 20 і 8					

22. Установіть відповідність між нерівністю (1–4) та множиною її розв'язків (А–Д).

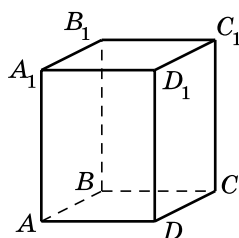
Нерівність	Множина розв'язків	А	Б	В	Г	Д
1 $(x+1)(x-5) \leq 0$	А $(-\infty; 5)$	1				
2 $\log_5 x \leq 1$	Б $(-1; 5)$	2				
3 $ x-2 < 3$	В $[-1; 5]$	3				
4 $3x-10 < x$	Г $(0; 5]$	4				
	Д $[0; 5]$					

23. На малюнку зображено графіки функцій $y = f(x)$ і $y = g(x)$, визначених на проміжку $[-5; 3]$. Установіть відповідність між аргументом x_0 (1–4) та значенням функції $y = f(x_0)$ (А–Д).



Аргумент	Значення функції
1 x_0 – абсциса точки перетину графіка функції $y = f(x)$ з віссю Oy	А -2
2 x_0 – точка мінімуму функції $y = f(x)$	Б 0
3 x_0 – точка максимуму функції $y = f(x)$	В 2
4 x_0 – абсциса точки перетину графіків функцій $y = f(x)$ і $y = g(x)$	Г 3
	Д 4

24. На малюнку зображено прямокутний паралелепіпед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Установіть відповідність між площиною (1–4) та трьома точками, що належать цій площині (А–Д).



Площина	Точки
1 (BCD)	А $A; C_1; D_1$
2 $(DD_1 C_1)$	Б $D_1; B_1; C_1$
3 (ABC_1)	В $A; B; D$
4 $(BB_1 D)$	Г $D; C; C_1$
	Д $B; D; D_1$

Завдання з короткою відповіддю

Розв'яжіть завдання 25–32. Одержані відповіді мають бути цілим числом або десятковим дробом.

25. Якого найбільшого значення може набувати вираз $\frac{5 - a^2 - b^2 - 4b}{10}$?
26. Обчисліть значення виразу $\log_2 7 \cdot \log_7 3 - \log_2 48$.
27. Знайдіть *суму* всіх цілих розв'язків нерівності $\frac{x^3 - 4x^2 - 12x}{\operatorname{tg} 5} \geq 0$, що належать відрізку $[-5; 5]$.
28. Обчисліть площу фігури, обмеженої графіком функції $y = 3 - 3x^2$ та віссю Ox .
29. Знайдіть найбільше значення функції $f(x) = 7 + x^2 - \frac{1}{2}x^4$ на проміжку $\left[-\frac{1}{2}; 2\right]$.
30. В ящику кульки трьох кольорів: білі, чорні і зелені. Навмання вибирають одну кульку. Ймовірність того, що вона біла, дорівнює $\frac{3}{5}$, а ймовірність того, що вона чорна, $-\frac{3}{10}$. Знайдіть ймовірність того, що вибрана кулька зелена.
31. Скалярний добуток векторів $\vec{a}$ і $3\vec{b}$ дорівнює $12\sqrt{2}$. $|\vec{a}| = 2$, а кут між векторами $\vec{a}$ і $\vec{b}$ складає 45° . Знайдіть модуль вектора $\vec{b}$.
32. Сторони основи прямокутного паралелепіпеда відносяться як $1 : 3$. Діагональ меншої за площею бічної грані дорівнює 10 см. Знайдіть (у см^3) об'єм паралелепіпеда, якщо діаметр сфери, описаної навколо паралелепіпеда, дорівнює 26 см.
33. Знайдіть найбільше значення a , при якому має розв'язки рівняння $\sin^2 x - 5(a + 1)\sin x + 10a + 6 = 0$.

АЛГЕБРА

ДЕНЬ 1

Натуральні числа. Подільність натуральних чисел. Звичайні та десяткові дроби

Теоретичні відомості, приклади

1. НАТУРАЛЬНІ ЧИСЛА

• Числа 1, 2, 3, 4, 5..., які використовують під час лічби предметів, називають *натуральними числами*. Позначають цю множину так: N .

• Із двох натуральних чисел, що мають різну кількість цифр, більшим є те, у якого цифр більше. Наприклад, $2171 > 975$; $4135 < 11\,297$.

Із двох натуральних чисел, що мають однакову кількість цифр, більшим є те, у якого більше одиниць у найвищому розряді.

Наприклад: $7982 < 8001$; $52\,711 > 49\,917$.

Із двох натуральних чисел, що мають однакову кількість цифр і однакову цифру в найвищому розряді, більшим є те, у якого більше одиниць у наступному, нижчому розряді і т.д.

Наприклад: $25\,719 > 24\,132$; $1319 < 1327$.

• При *округленні натурального числа* до певного розряду всі наступні за цим розрядом цифри заміняють нулями. Якщо перша наступна за цим розрядом цифра 5, 6, 7, 8 або 9, то останню цифру, що залишилася, збільшують на одиницю. Якщо перша наступна за цим розрядом цифра 0, 1, 2, 3 або 4, то останню цифру, що залишилася, не змінюють.

Наприклад: при округленні до тисяч $4502 \approx 5000$; $72\,132 \approx 72\,000$. При округленні до сотень $7825 \approx 7800$; $9875 \approx 9900$.

2. ПОДІЛЬНІСТЬ НАТУРАЛЬНИХ ЧИСЕЛ

• Якщо натуральне число a ділиться на натуральне число b без остачі, то a називають *кратним b* , а b – *дільником a* . Наприклад, 24 – кратне 4, а 27 – не кратне 6; 8 – дільник 32, а 7 не є дільником 41.

• *Ознаки подільності:*

на 2 діляться всі ті натуральні числа, запис яких закінчується однією з таких цифр 0; 2; 4; 6 або 8;

на 5 діляться всі ті натуральні числа, запис яких закінчується цифрою 0 або 5;

на 10 діляться всі ті натуральні числа, запис яких закінчується цифрою 0;

на 3 діляться всі ті натуральні числа, сума цифр яких ділиться на 3;

на 9 діляться всі ті натуральні числа, сума цифр яких ділиться на 9.

• Натуральне число називають *простим*, якщо воно має тільки два різних дільники: одиницю і саме це число. Натуральне число називають *складеним*, якщо воно має більше двох дільників.

Наприклад, числа 2; 3; 5; 7; 11; 13 – прості, а числа 4; 9; 38; 105 – складені.

Число 1 не належить ні до простих, ні до складених.

• Будь-яке складене число можна *розкласти на прості множники*. Наприклад, $84 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$; $450 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$; $858 = 2 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 13$.

• Найбільше натуральне число, на яке діляться числа a і b , називають *найбільшим спільним дільником (НСД)* цих чисел. Щоб знайти НСД двох (або більшої кількості) чисел, треба розкласти ці числа на прості множники і знайти добуток спільних простих множників.

Приклад. Знайдіть НСД (420; 980).

Розв'язання.

420	2	980	2
210	2	490	2
105	3	245	5
35	5	49	7
7	7	7	7
1		1	

$$\text{НСД}(420; 980) = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7 = 140.$$

- Найменше натуральне число, яке ділиться на числа a і b , називають *найменшим спільним кратним* (НСК) цих чисел. Щоб знайти НСК двох (або більшої кількості) чисел, треба розкласти ці числа на прості множники і доповнити розклад першого з них тими множниками інших чисел, яких не вистачає в розкладі першого, після чого знайти добуток отриманих множників.

$$\text{НСК}(420; 980) = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7}_{420} = 2940.$$

- Якщо при діленні натурального числа a на натуральне число b дістали частку q і остачу r , то $a = bq + r$, де $r < b$.

Наприклад:

$$\begin{array}{r} 119 \overline{) 13} \\ 117 \overline{) 9} \\ \hline 2 \end{array}$$

$$119 = 13 \cdot 9 + 2.$$

2 (остача)

3. ЗВИЧАЙНІ ДРОБИ

- Частку від ділення числа a на число b можна записати у вигляді *звичайного дробу* $\frac{a}{b}$, де a – чисельник дробу, b – його знаменник.

- Правильним дробом* називають дріб, у якого чисельник менший від знаменника.

Значення правильного дробу менше від 1.

- Неправильним дробом* називають дріб, у якого чисельник більший за знаменник або дорівнює йому.

Значення неправильного дробу не менше від 1.

- З неправильного дробу можна виділити цілу і дробову частини (отримати *мішане число*).

Наприклад: $\frac{19}{5} = 3\frac{4}{5}$ $\frac{23}{3} = 7\frac{2}{3}$

$$\begin{array}{r} 19 \overline{) 5} \\ 15 \overline{) 3} \\ \hline 4 \end{array}$$

4 (остача)

$$\begin{array}{r} 23 \overline{) 3} \\ 21 \overline{) 7} \\ \hline 2 \end{array}$$

2 (остача)

- Мішане число можна подати у вигляді неправильного дробу.

Наприклад: $5\frac{1}{3} = \frac{5 \cdot 3 + 1}{3} = \frac{16}{3}$.

- Основна властивість дробу*: значення дробу не зміниться, якщо чисельник і знаменник дробу помножити або поділити на одне й те саме натуральне число.

Наприклад: $\frac{16}{20} = \frac{16:4}{20:4} = \frac{4}{5}$ (скоротили дріб на 4);

$$\frac{60}{84} = \frac{60:12}{84:12} = \frac{5}{7} \text{ (скоротили дріб на 12);}$$

$$\frac{4}{5} = \frac{4 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{12}{15} \text{ (звели дріб } \frac{4}{5} \text{ до знаменника 15);}$$

$$\frac{3}{7} = \frac{3 \cdot 10}{7 \cdot 10} = \frac{30}{70} \text{ (звели дріб } \frac{3}{7} \text{ до знаменника 70).}$$

- З двох дробів з однаковими знаменниками більшим є той, чисельник якого більший.

Наприклад: $\frac{5}{9} > \frac{4}{9}$; $\frac{1}{11} < \frac{3}{11}$.

- Щоб порівняти два дроби з різними знаменниками, достатньо звести їх до спільного знаменника і порівняти утворені дроби.

Приклад. Порівняємо дроби $\frac{5}{6}$ і $\frac{7}{8}$. Для цього зведемо їх до спільного знаменника 24. Маємо

$$\frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 4}{6 \cdot 4} = \frac{20}{24}; \quad \frac{7}{8} = \frac{7 \cdot 3}{8 \cdot 3} = \frac{21}{24}. \text{ Оскільки } \frac{20}{24} < \frac{21}{24}, \text{ то } \frac{5}{6} < \frac{7}{8}.$$

- Дроби з однаковими знаменниками додають і віднімають, використовуючи формули

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}; \quad \frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}.$$

Наприклад: $\frac{4}{11} + \frac{2}{11} = \frac{6}{11}$; $\frac{7}{13} - \frac{2}{13} = \frac{5}{13}$.

• Щоб додати або відняти дроби з різними знаменниками, їх спочатку зводять до спільного знаменника, а потім виконують дію за правилом додавання або віднімання дробів з однаковими знаменниками.

Наприклад: $\frac{5}{6} + \frac{3}{10} = \frac{5+21}{30} = \frac{26}{30} = \frac{13}{15}$; $\frac{3}{8} - \frac{2}{12} = \frac{15-2}{24} = \frac{13}{24}$.

• Як виконувати додавання і віднімання мішаних чисел, показано на прикладах.

$$4\frac{3}{8} + 2\frac{8}{3} = 6\frac{21+8}{24} = 6\frac{29}{24} = 7\frac{5}{24}; \quad 5\frac{2}{3} - 1\frac{1}{6} = 4\frac{4-1}{6} = 4\frac{3}{6} = 4\frac{1}{2};$$

$$12\frac{2}{5} - 3\frac{7}{10} = 9\frac{2}{10} - \frac{7}{10} = 8\frac{10+2-7}{10} = 8\frac{5}{10} = 8\frac{1}{2}.$$

• Щоб помножити два дроби, треба помножити окремо їх чисельники і знаменники й перший добуток записати чисельником, а другий – знаменником.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}.$$

Наприклад: $\frac{7}{8} \cdot \frac{20}{21} = \frac{7^1 \cdot \cancel{20}_2^5}{8_2 \cdot \cancel{21}_3} = \frac{5}{6}$; $14 \cdot \frac{2}{3} = \frac{14}{1} \cdot \frac{2}{3} = \frac{14 \cdot 2}{1 \cdot 3} = \frac{28}{3} = 9\frac{1}{3}$;

$$3\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{7} = \frac{7}{2} \cdot \frac{8}{7} = \frac{7^1 \cdot \cancel{8}_1^4}{\cancel{2}_1 \cdot \cancel{7}_1} = \frac{4}{1} = 4.$$

• Щоб поділити один дріб на другий, треба ділене помножити на дріб, обернений до дільника.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}.$$

Наприклад: $\frac{3}{8} : \frac{7}{16} = \frac{3}{8} \cdot \frac{16}{7} = \frac{3 \cdot \cancel{16}_2^8}{\cancel{8}_1 \cdot 7} = \frac{6}{7}$; $4\frac{1}{2} : 2\frac{5}{6} = \frac{9}{2} : \frac{17}{6} = \frac{9}{2} \cdot \frac{6}{17} = \frac{9 \cdot \cancel{6}_2^3}{\cancel{2}_1 \cdot 17} = \frac{27}{17} = 1\frac{10}{17}$.

4. ДЕСЯТКОВІ ДРОБИ

• Звичайний дріб, знаменник якого дорівнює 10, 100, 1000 тощо, можна записати десятковим дробом. Наприклад, $\frac{9}{10} = 0,9$; $\frac{17}{100} = 0,17$; $\frac{257}{1000} = 0,257$. Якщо в чисельнику звичайного дробу цифр менше, ніж нулів у знаменнику, то в десятковому дробі після коми дописують стільки нулів, щоб кількість цифр після коми дорівнювала кількості нулів у знаменнику звичайного дробу.

Наприклад: $\frac{23}{1000} = 0,023$; $\frac{7}{10000} = 0,0007$.

Аналогічно десятковими дробами можна записувати мішані числа: $5\frac{7}{10} = 5,7$; $2\frac{47}{1000} = 2,047$.

• З двох десяткових дробів більший той, у якого більша ціла частина. Якщо цілі частини дробів рівні, то більший той, у якого більше десятих, і т.д.

Наприклад: $17,3 < 18,17$; $13,4 > 13,2$; $7,43 > 7,399$.

• При округленні десяткового дробу до певного розряду всі наступні за цим розрядом цифри замінюють нулями або відкидають (якщо вони стоять після коми). Якщо перша наступна за цим розрядом цифра 5, 6, 7, 8 або 9, то останню цифру, що залишилася, збільшують на 1. Якщо перша наступна за цим розрядом цифра 0, 1, 2, 3 або 4, то останню цифру, що залишилася, не змінюють.

Наприклад, при округленні до сотих: $4,735 \approx 4,74$; $9,1249 \approx 9,12$; при округленні до десятків $317,98 \approx 320$; $413,29 \approx 410$.

• Додавання і віднімання десяткових дробів виконуються порозрядно, записуючи їх один під одним так, щоб кома розміщувалася під комою. Наприклад:

$$\begin{array}{r} 4,73 \\ + 5,2 \\ \hline 9,93 \end{array} \quad \begin{array}{r} 12,37 \\ - 3,798 \\ \hline 8,572 \end{array}$$

• Щоб помножити два десяткових дробу, треба виконати множення, не звертаючи уваги на коми, а потім у добутку відокремити комою справа стільки цифр, скільки їх стоїть після коми в обох множниках разом. Наприклад:

$$\begin{array}{r} 5,08 \\ \times 3,7 \\ \hline 3556 \\ 1524 \\ \hline 18,796 \end{array} \quad \begin{array}{r} 0,013 \\ \times 0,8 \\ \hline 0,0104 \end{array}$$

• Щоб поділити десятковий дріб на натуральне число, треба виконати ділення, не звертаючи увагу на кому, проте після закінчення ділення цілої частини діленого треба в частці поставити кому.

Наприклад:

$$\begin{array}{r} 97,2 \overline{) 24} \\ - 96 \\ \hline - 120 \\ - 120 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 14,2 \overline{) 8} \\ - 8 \\ \hline - 62 \\ - 56 \\ \hline - 60 \\ - 56 \\ \hline - 40 \\ - 40 \\ \hline 0 \end{array}$$

• Щоб поділити десятковий дріб на десятковий, треба в діленому і дільнику перенести кому на стільки цифр вправо, скільки їх стоїть після коми в дільнику, а потім виконати ділення на натуральне число.

Наприклад: $68,48 : 53,5 = 684,8 : 535 = 1,28$;
 $12,4 : 0,008 = 12400 : 8 = 1550$.

• Оскільки $\frac{a}{b} = a : b$, то, щоб перетворити звичайний дріб у десятковий, досить чисельник поділити на знаменник.

Наприклад: $\frac{3}{5} = 3 : 5 = 0,6$; $\frac{1}{8} = 1 : 8 = 0,125$; $\frac{13}{25} = 0,52$; $4\frac{2}{3} = 4 + \frac{2}{3} = 4 + 3 : 20 = 4,15$.

• Якщо спробувати перетворити дріб $\frac{3}{11}$ на десятковий, то отримаємо $\frac{3}{11} = 3 : 11 = 0,272727\ldots$

Крапки в кінці показують, що ділення не закінчено. Отримали *нескінченний десятковий періодичний дріб*. Цифри 2 і 7, які стоять поряд у запису нескінченного десяткового дробу і повторюються підряд безліч разів, утворюють *період* нескінченного періодичного дробу. Це записують так: $0,272727\ldots = 0,(27)$. Отже, $\frac{3}{11} = 0,(27)$.

Ще приклади: $\frac{1}{12} = 1 : 12 = 0,0833\ldots = 0,08(3)$; $7\frac{13}{300} = 7 + 13 : 300 = 7,0433\ldots = 7,04(3)$.

Зразки розв'язування тестових завдань

Завдання з вибором однієї правильної відповіді

1. У коробці знаходиться не більше 50 цукерок. Цукерки можна порівну розділити між двома або трьома дітьми, але не можна між чотирма. Яка найбільш можлива кількість цукерок може бути в коробці?

А	Б	В	Г	Д
40	42	46	48	50

Розв'язання. Число цукерок у коробці повинно бути кратне 2 і кратне 3, тобто кратне 6, але не кратне 4. Найбільш можливим числом за умовою задачі є число 42.

Відповідь. Б) 42.

2. Яку цифру із запропонованих потрібно поставити замість * у запису числа $\overline{1234*}$, щоб це число було кратне 3?

А	Б	В	Г	Д
0	6	7	8	9

Розв'язання. $1 + 2 + 3 + 4 = 10$. Якщо поставити замість * цифру 8, то сума цифр буде 18, а тому число буде кратне 3.

Відповідь. Г) 8.

3. Обчисліть $\left(1,8 + \frac{2}{9}\right) \cdot \frac{5}{13}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{7}{9}$	$\frac{8}{9}$	$\frac{2}{3}$	$1\frac{2}{7}$	інша відповідь

Розв'язання. $\left(1,8 + \frac{2}{9}\right) \cdot \frac{5}{13} = \left(1\frac{4}{5} + \frac{2}{9}\right) \cdot \frac{5}{13} = 2\frac{1}{45} \cdot \frac{5}{13} = \frac{91 \cdot 5}{45 \cdot 13} = \frac{7}{9}$.

Відповідь. А) $\frac{7}{9}$.

Завдання з короткою відповіддю

1. Автомобіль та автобус проїхали шлях від А до В. Автобус рухався з постійною швидкістю 60 км/год і подолав весь шлях за 3 год. Автомобіль першу половину шляху рухався зі швидкістю 80 км/год, а другу половину шляху – зі швидкістю 100 км/год. Скільки часу на шлях від А до В витратив автомобіль?

Розв'язання. 1) $60 \cdot 3 = 180$ (км) – відстань від А до В.

2) $180 : 2 = 90$ (км) – половина шляху.

3) $90 : 80 + 90 : 100 = 2,025$ (год) – витратив часу автомобіль.

Відповідь. 2,025.

Тестові завдання для самостійного виконання

Завдання з вибором однієї правильної відповіді

1. Яку цифру із запропонованих треба поставити у запису числа $\overline{37*1}$, щоб воно ділилося на 9 без остачі?

А	Б	В	Г	Д
6	7	0	1	2

2. Укажіть найменше спільне кратне чисел 18 і 27.

А	Б	В	Г	Д
27	108	81	54	180

3. Для першокласників закупили зошити в косу лінійку та в клітинку, кількості яких відносяться як 3 : 1. Укажіть число, яким може виражатися загальна кількість зошитів.

А	Б	В	Г	Д
240	247	350	375	401

4. Яку з наведених цифр можна поставити замість * у запис $52*7 > 5279$, щоб утворилася правильна нерівність?

А	Б	В	Г	Д
5	6	0	8	1

5. Укажіть правильну нерівність.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{8} > \frac{1}{7}$	$\frac{3}{5} > \frac{4}{7}$	$\frac{7}{8} > \frac{11}{12}$	$\frac{2}{7} < \frac{4}{21}$	$\frac{5}{6} < \frac{11}{18}$

6. Яке з округлень числа до десятих зроблено правильно?

А	Б	В	Г	Д
$3,172 \approx 3,1$	$4,591 \approx 4,59$	$8,423 \approx 8,5$	$7,459 \approx 7,5$	$4,52 \approx 5$

7. Обчисліть $2\frac{6}{7} + 3\frac{3}{14} - 1\frac{5}{21}$.

А	Б	В	Г	Д
$4\frac{1}{7}$	$3\frac{5}{6}$	$5\frac{1}{6}$	$3\frac{5}{14}$	$4\frac{5}{6}$

8. Обчисліть $2\frac{1}{12} : \frac{1}{3} + 3\frac{1}{7} \cdot 1\frac{1}{6}$.

А	Б	В	Г	Д
$10\frac{11}{12}$	$4\frac{13}{36}$	$9\frac{11}{12}$	$8\frac{185}{196}$	$2\frac{7}{12}$

Завдання на встановлення відповідностей

9. Установіть відповідність між властивістю чисел (1–4) та парою чисел (А–Д), що має цю властивість.

Властивість чисел

- 1 числа взаємно прості
- 2 числа, кратні 5
- 3 найбільший спільний дільник чисел дорівнює 3
- 4 найменше спільне кратне чисел дорівнює 20

Пари чисел

- А 10 і 4
Б 12 і 15
В 12 і 35
Г 15 і 25
Д 12 і 16

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					
4					

Завдання з короткою відповіддю

10. Знайдіть найбільший спільний дільник чисел 260, 325 і 455.
11. Обчисліть $\left(4\frac{3}{5} : 3\frac{2}{7} + 1,2 : 0,05\right) - 4\frac{1}{7} \cdot 2\frac{4}{5}$.
12. Один з робітників, працюючи самостійно, може виконати певну роботу за 10 днів, а інший – за 15 днів. За скільки днів виконають роботу двоє робітників, працюючи разом?