

Шановні старшокласники!

Результати державної підсумкової атестації (ДПА) та зовнішнього незалежного оцінювання (ЗНО) є вкрай важливими для старшокласників. Сподіваюся, що посібник, який ви тримаєте в руках, допоможе якісно підготуватися до цих випробувань!

Посібник охоплює матеріал шкільного курсу математики 5–11 класів. Теоретичний курс посібника, приклади розв’язування вправ і тестових завдань, вправи для самостійного виконання складено відповідно до чинних програм для загальноосвітніх навчальних закладів та програми ЗНО з математики.

Усі вправи, як розв’язані в посібнику, так і запропоновані до самостійного виконання, є аналогічними до вправ, що використовувалися в останні роки під час ДПА та ЗНО. Розглянемо типи вправ, які традиційно використовуються під час проведення ДПА та ЗНО.

1. Завдання з вибором однієї правильної відповіді у форматі ДПА. Учаснику тестування пропонується завдання, до якого подано 4 варіанти відповідей, тільки один з яких є правильним.

2. Завдання з короткою відповіддю у форматі ДПА. Такою відповіддю може бути, наприклад, число, вираз, корені рівняння тощо.

3. Завдання з повним розв’язанням у форматі ДПА.

4. Завдання з вибором однієї правильної відповіді у форматі ЗНО. Учаснику тестування пропонується завдання, до якого подано 5 варіантів відповідей, тільки один з яких є (або може бути) правильним.

5. Завдання на встановлення відповідностей у форматі ЗНО. До кожного завдання у таких вправах подано інформацію, позначену цифрами (ліворуч) і буквами (праворуч). Щоб виконати завдання, потрібно встановити відповідність інформації, позначеної цифрами і буквами (утворити логічні пари).

6. Завдання з короткою відповіддю у форматі ЗНО. Під час виконання цих завдань потрібно отримати числовий результат тієї розмірності, яку вказано в умові. Цей результат є цілим числом або скінченним десятковим дробом.

Весь матеріал посібника поділено на 22 теми з алгебри і початків аналізу та 14 тем з геометрії. Кожна з тем містить одну або дві вправи, всього 29 вправ з алгебри та початків аналізу і 16 вправ з геометрії.

Вправи, що належать до програми 5–9 класів, містять такі завдання:

1.1–1.3. Завдання з вибором однієї правильної відповіді у форматі ДПА;

2.1–2.3. Завдання з вибором однієї правильної відповіді у форматі ЗНО.

3.1. Завдання на встановлення відповідностей у форматі ЗНО.

4.1–4.3. Завдання з короткою відповіддю у форматі ЗНО.

Вправи, що належать до програми 10–11 класів, крім вказаних вище, містять ще такі завдання:

5.1–5.3. Завдання з короткою відповіддю у форматі ДПА.

6.1–6.2. Завдання з повним розв’язанням у форматі ДПА.

Указаний розподіл завдань відповідає принципам складання тестів ДПА та ЗНО, що використовуються в останні роки в Україні.

Наприкінці посібника наводяться по два тренувальні тести у форматі ДПА та ЗНО. До всіх вправ та тренувальних тестів подано *відповіді*.

Шановні вчителі!

Сподіваюся, що запропонований посібник допоможе вам у підготовці випускників до ДПА та ЗНО. Маю надію, що посібник стане в пригоді як під час групових (факультативних), так і під час індивідуальних занять.

Посібник допоможе узагальнити і систематизувати матеріал за курс математики 5–11 класів та підготувати учнів безпосередньо до форм проведення ДПА та ЗНО.

Автор

АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ

ТЕМА 1. Раціональні числа та дії над ними

§ 1. НАТУРАЛЬНІ ЧИСЛА

- Числа 1, 2, 3, 4, 5, ..., які використовують під час лічби предметів, називають *натуральними числами*. Позначають цю множину так: N .

- Із двох натуральних чисел, що мають різну кількість цифр, більшим є те, у якого цифр більше. Наприклад, $2171 > 975$; $4135 < 11\,297$.

Із двох натуральних чисел, що мають однакову кількість цифр, більшим є те, у якого більше одиниць у найвищому розряді.

Наприклад: $7982 < 8001$; $52\,711 > 49\,917$.

Із двох натуральних чисел, що мають однакову кількість цифр і однакову цифру в найвищому розряді, більшим є те, у якого більше одиниць у наступному, нижчому розряді і т.д.

Наприклад: $25\,719 > 24\,132$; $1319 < 1327$.

- При *округленні натурального числа* до певного розряду всі наступні за цим розрядом цифри замінюють нулями. Якщо перша наступна за цим розрядом цифра 5, 6, 7, 8 або 9, то останню цифру, що залишилася, збільшують на одиницю. Якщо перша наступна за цим розрядом цифра 0, 1, 2, 3 або 4, то останню цифру, що залишилася, не змінюють.

Наприклад: при округленні до тисяч $4502 \approx 5000$; $72\,132 \approx 72\,000$. При округленні до сотень $7825 \approx 7800$; $9875 \approx 9900$.

Зразки розв'язування завдань

Завдання з вибором однієї правильної відповіді у форматі ДПА

1. Яке з округлень числа до сотень виконано правильно?

А) $2560 \approx 2500$; Б) $2751 \approx 2800$; В) $2839 \approx 3000$; Г) $2739 \approx 2740$.

Розв'язання. $2751 \approx 2800$; інші округлення до сотень виконано неправильно.

Відповідь. Б) $2751 \approx 2800$.

Завдання з короткою відповіддю у форматі ЗНО

2. Автомобіль та автобус проїхали шлях від А до В. Автобус рухався зі сталою швидкістю 60 км/год і подолав весь шлях за 3 год. Автомобіль першу половину шляху рухався зі швидкістю 80 км/год, а другу половину шляху – зі швидкістю 100 км/год. Скільки часу на шлях від А до В витратив автомобіль?

Розв'язання. 1) $60 \cdot 3 = 180$ (км) – відстань від А до В.

2) $180 : 2 = 90$ (км) – половина шляху.

3) $90 : 80 + 90 : 100 = 2,025$ (год) – витратив часу автомобіль.

Відповідь. 2,025.

§ 2. ПОДІЛЬНІСТЬ НАТУРАЛЬНИХ ЧИСЕЛ

- Якщо натуральне число a ділиться на натуральне число b без остачі, то a називають *кратним* b , а b – *дільником* a . Наприклад, 24 – кратне 4, а 27 – не кратне 6; 8 – дільник 32, а 7 не є дільником 41.

- Ознаки подільності:*

на 2 діляться всі ті натуральні числа, запис яких закінчується однією з таких цифр 0; 2; 4; 6 або 8;

на 5 діляться всі ті натуральні числа, запис яких закінчується цифрою 0 або 5;

на 10 діляться всі ті натуральні числа, запис яких закінчується цифрою 0;

на 3 діляться всі ті натуральні числа, сума цифр яких ділиться на 3;

на 9 діляться всі ті натуральні числа, сума цифр яких ділиться на 9.

- Натуральне число називають *простим*, якщо воно має тільки два різних дільники: одиницю і саме це число. Натуральне число називають *складеним*, якщо воно має більше двох дільників.

Наприклад, числа 2; 3; 5; 7; 11; 13 – прості, а числа 4; 9; 38; 105 – складені.

Число 1 не належить ні до простих, ні до складених.

- Будь-яке складене число можна *розкласти на прості множники*. Наприклад,

$$84 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7; 450 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5; 858 = 2 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 13.$$

- Найбільше натуральне число, на яке діляться числа a і b , називають *найбільшим спільним дільником* (НСД) цих чисел. Щоб знайти НСД двох (або більшої кількості) чисел, треба розкласти ці числа на прості множники і знайти добуток спільних простих множників.

Приклад. Знайдіть НСД (420; 980).

Розв'язання.

420	2	980	2
210	2	490	2
105	3	245	5
35	5	49	7
7	7	7	7
1		1	

$$\text{НСД}(420; 980) = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7 = 140.$$

- Найменше натуральне число, яке ділиться на числа a і b , називають *найменшим спільним кратним* (НСК) цих чисел. Щоб знайти НСК двох (або більшої кількості) чисел, треба розкласти ці числа на прості множники і доповнити розклад першого з них тими множниками інших чисел, яких не вистачає в розкладі першого, після чого знайти добуток отриманих множників.

$$\text{НСК}(420; 980) = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7}_{420} = 2940.$$

- Якщо при діленні натурального числа a на натуральне число b дістали частку q і остачу r , то $a = bq + r$, де $r < b$.

Наприклад:

$$\begin{array}{r} 119 \overline{) 13} \\ 117 \overline{) 9} \\ \hline 2 \text{ (остача)} \end{array}$$

$$119 = 13 \cdot 9 + 2.$$

Зразки розв'язування завдань

Завдання з вибором однієї правильної відповіді у форматі ЗНО

- У коробці знаходиться не більше 50 цукерок. Цукерки можна порівну розділити між двома або трьома дітьми, але не можна між чотирма. Яка найбільш можлива кількість цукерок може бути в коробці?

А	Б	В	Г	Д
40	42	46	48	50

Розв'язання. Число цукерок у коробці повинно бути кратне 2 і кратне 3, тобто кратне 6, але не кратне 4. Найбільш можливим числом за умовою задачі є число 42.

Відповідь. Б) 42.

- Яку цифру із запропонованих потрібно поставити замість * у запису числа $\overline{1234*}$, щоб це число було кратне 3?

А	Б	В	Г	Д
0	6	7	8	9

Розв'язання. $1 + 2 + 3 + 4 = 10$. Якщо поставити замість * цифру 8, то сума цифр буде 18, а тому число буде кратне 3.

Відповідь. Г) 8.

§ 3. ЗВИЧАЙНІ ДРОБИ

- Частку від ділення числа a на число b можна записати у вигляді *звичайного дроби* $\frac{a}{b}$, де a – *чисельник дроби*, b – *його знаменник*.
- Правильним дробом* називають дріб, у якого чисельник менший від знаменника. Значення правильного дроби менше від 1.
- Неправильним дробом* називають дріб, у якого чисельник більший за знаменник або дорівнює йому. Значення неправильного дроби не менше від 1.
- З неправильного дроби можна виділити цілу і дробову частини (отримати *мішане число*).

$$\begin{array}{r} \text{Наприклад: } \frac{19}{5} = 3\frac{4}{5} \qquad \frac{23}{3} = 7\frac{2}{3} \\ \begin{array}{r} -19 \overline{) 5} \\ \underline{-15} \\ 4 \end{array} \qquad \begin{array}{r} -23 \overline{) 3} \\ \underline{-21} \\ 2 \end{array} \\ 4 \text{ (остача)} \qquad 2 \text{ (остача)} \end{array}$$

- Мішане число можна подати у вигляді неправильного дробу.

$$\text{Наприклад: } 5\frac{1}{3} = \frac{5 \cdot 3 + 1}{3} = \frac{16}{3}.$$

- Основна властивість дробу:** значення дробу не зміниться, якщо чисельник і знаменник дробу помножити або поділити на одне й те саме натуральне число.

$$\text{Наприклад: } \frac{16}{20} = \frac{16:4}{20:4} = \frac{4}{5} \text{ (скоротили дріб на 4);}$$

$$\frac{60}{84} = \frac{60:12}{84:12} = \frac{5}{7} \text{ (скоротили дріб на 12);}$$

$$\frac{4}{5} = \frac{4 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{12}{15} \text{ (звели дріб } \frac{4}{5} \text{ до знаменника 15);}$$

$$\frac{3}{7} = \frac{3 \cdot 10}{7 \cdot 10} = \frac{30}{70} \text{ (звели дріб } \frac{3}{7} \text{ до знаменника 70).}$$

- З двох дробів з однаковими знаменниками більшим є той, чисельник якого більший.

$$\text{Наприклад: } \frac{5}{9} > \frac{4}{9}; \quad \frac{1}{11} < \frac{3}{11}.$$

- Щоб порівняти два дроби з різними знаменниками, достатньо звести їх до спільного знаменника і порівняти утворені дроби.

Приклад. Порівняємо дроби $\frac{5}{6}$ і $\frac{7}{8}$. Для цього зведемо їх до спільного знаменника 24. Маємо:

$$\frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 4}{6 \cdot 4} = \frac{20}{24}; \quad \frac{7}{8} = \frac{7 \cdot 3}{8 \cdot 3} = \frac{21}{24}. \text{ Оскільки } \frac{20}{24} < \frac{21}{24}, \text{ то } \frac{5}{6} < \frac{7}{8}.$$

- Дроби з однаковими знаменниками додають і віднімають, використовуючи формули

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}; \quad \frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}.$$

$$\text{Наприклад: } \frac{4}{11} + \frac{2}{11} = \frac{6}{11}; \quad \frac{7}{13} - \frac{2}{13} = \frac{5}{13}.$$

- Щоб додати або відняти дроби з різними знаменниками, їх спочатку зводять до спільного знаменника, а потім виконують дію за правилом додавання або віднімання дробів з однаковими знаменниками.

$$\text{Наприклад: } \frac{5}{6} + \frac{3}{10} = \frac{5+3}{30} = \frac{8}{30} = \frac{4}{15}; \quad \frac{3}{8} - \frac{2}{12} = \frac{9-4}{24} = \frac{5}{24}.$$

- Як виконувати додавання і віднімання мішаних чисел, показано на прикладах.

$$4\frac{3}{8} + 2\frac{8}{3} = 6\frac{21+8}{24} = 6\frac{29}{24} = 7\frac{5}{24}; \quad 5\frac{2}{3} - 1\frac{1}{6} = 4\frac{4-1}{6} = 4\frac{3}{6} = 4\frac{1}{2};$$

$$12\frac{2}{5} - 3\frac{7}{10} = 9\frac{2}{10} - \frac{7}{10} = 8\frac{10+2-7}{10} = 8\frac{5}{10} = 8\frac{1}{2}.$$

- Щоб помножити два дроби, треба помножити окремо їх чисельники і знаменники й перший добуток записати чисельником, а другий – знаменником.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}.$$

$$\text{Наприклад: } \frac{7}{8} \cdot \frac{20}{21} = \frac{7^1 \cdot 20}{8_2 \cdot 21_3} = \frac{5}{6}; \quad 14 \cdot \frac{2}{3} = \frac{14}{1} \cdot \frac{2}{3} = \frac{14 \cdot 2}{1 \cdot 3} = \frac{28}{3} = 9\frac{1}{3};$$

$$3\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{7} = \frac{7}{2} \cdot \frac{8}{7} = \frac{7^1 \cdot 8^4}{2_1 \cdot 7_1} = \frac{4}{1} = 4.$$

- Щоб поділити один дріб на другий, треба ділене помножити на дріб, обернений до дільника.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}.$$

Наприклад: $\frac{3}{8} : \frac{7}{16} = \frac{3}{8} \cdot \frac{16}{7} = \frac{3 \cdot \cancel{16}^2}{\cancel{8}_1 \cdot 7} = \frac{6}{7}; \quad 4\frac{1}{2} : 2\frac{5}{6} = \frac{9}{2} : \frac{17}{6} = \frac{9}{2} \cdot \frac{6}{17} = \frac{9 \cdot \cancel{6}^3}{\cancel{2}_1 \cdot 17} = \frac{27}{17} = 1\frac{10}{17}.$

Зразки розв'язування завдань

Завдання з вибором однієї правильної відповіді у форматі ДПА

1. Обчисліть $9\frac{1}{2} - 2\frac{5}{6}$.

А) $7\frac{1}{3}$; Б) $6\frac{1}{3}$; В) $6\frac{2}{3}$; Г) $7\frac{2}{3}$.

Розв'язання. $9\frac{1}{2} - 2\frac{5}{6} = 9\frac{3}{6} - 2\frac{5}{6} = 8\frac{9}{6} - 2\frac{5}{6} = 6\frac{4}{6} = 6\frac{2}{3}.$

Відповідь. В) $6\frac{2}{3}$.

Вправа 1

Завдання з вибором однієї правильної відповіді у форматі ДПА

1.1. Обчисліть $12 + 88 : 4 - 5$.

А) 29; Б) 30; В) 20; Г) 39.

1.2. Укажіть найбільший спільний дільник чисел 24 і 36.

А) 1; Б) 6; В) 12; Г) 24.

1.3. Яку з наведених цифр можна поставити замість * у запис $47*2 < 4751$, щоб утворилася правильна нерівність?

А) 5; Б) 4; В) 6; Г) 8.

Завдання з вибором однієї правильної відповіді у форматі ЗНО

2.1. Яку цифру із запропонованих треба поставити в запису числа $45*1$ замість зірочки, щоб воно ділилося на 3 без остачі?

А	Б	В	Г	Д
0	1	2	3	4

2.2. Будівельна компанія закупила для нового будинку металопластикові вікна та двері у відношенні 3 : 1. Укажіть число, яким може виражатися загальна кількість вікон і дверей у цьому будинку.

А	Б	В	Г	Д
103	104	106	109	110

2.3. Укажіть правильну нерівність.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{2}{3} < \frac{1}{3}$	$\frac{2}{3} > \frac{5}{6}$	$\frac{7}{8} > \frac{5}{6}$	$\frac{7}{8} > \frac{9}{10}$	$\frac{14}{15} < \frac{9}{10}$

Завдання на встановлення відповідностей у форматі ЗНО

3.1. Установіть відповідність між числовим виразом (1–4) та його значенням (А–Д).

Числовий вираз Значення числового виразу

1 $1\frac{1}{8} + 1\frac{3}{4}$

А 2

2 $3\frac{2}{3} - 1\frac{1}{6}$

Б $2\frac{1}{4}$

3 $1\frac{5}{6} \cdot 1\frac{1}{11}$

В $2\frac{1}{2}$

4 $5\frac{1}{24} : 1\frac{5}{6}$

Г $2\frac{3}{4}$

Д $2\frac{7}{8}$

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					
4					

Завдання з короткою відповіддю у форматі ЗНО

4.1. Знайдіть найменше спільне кратне чисел 48, 60 і 72.

4.2. Знайдіть значення виразу $\left(2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{2} : 1\frac{3}{4}\right) \cdot 2\frac{1}{18} - 2\frac{1}{4}$.

4.3. Один з операторів комп'ютерного набору може набрати певний рукопис, працюючи самостійно, за 30 днів, а інший – за 60 днів. За скільки днів виконають набір рукопису оператори, працюючи разом?

§ 4. ДЕСЯТКОВІ ДРОБИ

• Звичайний дріб, знаменник якого дорівнює 10, 100, 1000 тощо, можна записати десятковим дробом. Наприклад, $\frac{9}{10} = 0,9$; $\frac{17}{100} = 0,17$; $\frac{257}{1000} = 0,257$. Якщо в чисельнику звичайного дробу цифр менше, ніж нулів у знаменнику, то в десятковому дробі після коми дописують стільки нулів, щоб кількість цифр після коми дорівнювала кількості нулів у знаменнику звичайного дробу.

Наприклад: $\frac{23}{1000} = 0,023$; $\frac{7}{10\,000} = 0,0007$.

Аналогічно десятковими дробами можна записувати мішані числа: $5\frac{7}{10} = 5,7$; $2\frac{47}{1000} = 2,047$.

• З двох десяткових дробів більший той, у якого більша ціла частина. Якщо цілі частини дробів рівні, то більший той, у якого більше десятих, і т.д.

Наприклад: $17,3 < 18,17$; $13,4 > 13,2$; $7,43 > 7,399$.

• При округленні десяткового дробу до певного розряду всі наступні за цим розрядом цифри замінюють нулями або відкидають (якщо вони стоять після коми). Якщо перша наступна за цим розрядом цифра 5, 6, 7, 8 або 9, то останню цифру, що залишилася, збільшують на 1. Якщо перша наступна за цим розрядом цифра 0, 1, 2, 3 або 4, то останню цифру, що залишилася, не змінюють.

Наприклад, при округленні до сотих: $4,735 \approx 4,74$; $9,1249 \approx 9,12$; при округленні до десятків $317,98 \approx 320$; $413,29 \approx 410$.

• Додавання і віднімання десяткових дробів виконуються порозрядно, записуючи їх один під одним так, щоб кома розміщувалася під комою. Наприклад:

$$\begin{array}{r} 4,73 \\ + 5,2 \\ \hline 9,93 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 12,37 \\ - 3,798 \\ \hline 8,572 \end{array}$$

• Щоб помножити два десяткових дробу, треба виконати множення, не звертаючи уваги на коми, а потім у добутку відокремити комою справа стільки цифр, скільки їх стоїть після коми в обох множниках разом. Наприклад:

$$\begin{array}{r}
 5,08 \\
 \times 3,7 \\
 \hline
 + 3556 \\
 1524 \\
 \hline
 18,796
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 0,013 \\
 \times 0,8 \\
 \hline
 0,0104
 \end{array}$$

- Щоб поділити десятковий дріб на натуральне число, треба виконати ділення, не звертаючи увагу на кому, проте після закінчення ділення цілої частини діленого треба в частці поставити кому.

Наприклад:

$$\begin{array}{r|l}
 97,2 & 24 \\
 -96 & 4,05 \\
 \hline
 -120 & \\
 -120 & \\
 \hline
 0 &
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r|l}
 14,2 & 8 \\
 -8 & 1,775 \\
 \hline
 -62 & \\
 -56 & \\
 \hline
 -60 & \\
 -56 & \\
 \hline
 -40 & \\
 -40 & \\
 \hline
 0 &
 \end{array}$$

- Щоб поділити десятковий дріб на десятковий, треба в діленому і дільнику перенести кому на стільки цифр вправо, скільки їх стоїть після коми в дільнику, а потім виконати ділення на натуральне число.

Наприклад: $68,48 : 53,5 = 684,8 : 535 = 1,28$;
 $12,4 : 0,008 = 12400 : 8 = 1550$.

- Оскільки $\frac{a}{b} = a : b$, то, щоб перетворити звичайний дріб у десятковий, досить чисельник поділити на знаменник.

Наприклад: $\frac{3}{5} = 3 : 5 = 0,6$; $\frac{1}{8} = 1 : 8 = 0,125$; $\frac{13}{25} = 0,52$; $4\frac{2}{3} = 4 + \frac{2}{3} = 4 + 3 : 20 = 4,15$.

- Якщо спробувати перетворити дріб $\frac{3}{11}$ на десятковий, то отримаємо $\frac{3}{11} = 3 : 11 = 0,272727\dots$

Крапки в кінці показують, що ділення не закінчено. Отримали *нескінченний десятковий періодичний дріб*. Цифри 2 і 7, які стоять поряд у запису нескінченного десяткового дробу і повторюються підряд безліч разів, утворюють *період* нескінченного періодичного дробу. Це записують так: $0,272727\dots = 0,(27)$. Отже, $\frac{3}{11} = 0,(27)$.

Ще приклади: $\frac{1}{12} = 1 : 12 = 0,0833\dots = 0,08(3)$; $7\frac{13}{300} = 7 + 13 : 300 = 7,0433\dots = 7,04(3)$.

Зразки розв'язування завдань

Завдання з вибором однієї правильної відповіді у форматі ЗНО

1. Обчисліть $\left(1,8 + \frac{2}{9}\right) \cdot \frac{5}{13}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{7}{9}$	$\frac{8}{9}$	$\frac{2}{3}$	$1\frac{2}{7}$	інша відповідь

Розв'язання. $\left(1,8 + \frac{2}{9}\right) \cdot \frac{5}{13} = \left(1\frac{4}{5} + \frac{2}{9}\right) \cdot \frac{5}{13} = 2\frac{1}{45} \cdot \frac{5}{13} = \frac{91 \cdot 5}{45 \cdot 13} = \frac{7}{9}$.

Відповідь. А) $\frac{7}{9}$.

Завдання на встановлення відповідностей у форматі ЗНО

2. Установіть відповідність між числовим виразом (1–4) та його значенням (А–Д).

Числовий вираз	Значення числового виразу
1 $1,2 + 3,7$	А 4,5
2 $5,9 - 1,2$	Б 4,6
3 $9,6 \cdot 0,5$	В 4,7
4 $10,8 : 2,4$	Г 4,8
	Д 4,9

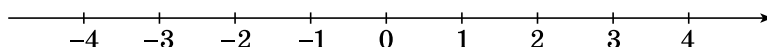
	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					
4					

Розв'язання. 1. $1,2 + 3,7 = 4,9$.
 2. $5,9 - 1,2 = 4,7$.
 3. $9,6 \cdot 0,5 = 4,8$.
 4. $10,8 : 2,4 = 108 : 24 = 4,5$.

Відповідь. 1 – Д; 2 – В; 3 – Г; 4 – А.

§ 5. ДОДАТНІ ТА ВІД'ЄМНІ ЧИСЛА

• Пряму лінію з вибраним на ній початком координат і напрямом називають *координатною прямою* (мал. 1).



Мал. 1

• Два числа, що відрізняються одне від одного лише знаком, називають *протилежними числами*. Наприклад, числа 7 і -7 – протилежні.

• *Модулем* числа називають відстань від початку відліку до точки, що зображує це число на координатній прямій.

Модулем додатного числа і числа нуль є саме це число, а модулем від'ємного числа – протилежне йому число:

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{якщо } a \geq 0, \\ -a, & \text{якщо } a < 0. \end{cases}$$

Наприклад: $|2,7| = 2,7$; $|-4\frac{1}{2}| = 4\frac{1}{2}$; $|0| = 0$;

$|\pi - 2| = \pi - 2$ (оскільки $\pi - 2 > 0$);

$|\pi - 5| = -(\pi - 5) = 5 - \pi$ (оскільки $\pi - 5 < 0$).

• Будь-яке від'ємне число менше від нуля і менше від будь-якого додатного числа. Із двох від'ємних чисел більшим є те, модуль якого менший, і меншим є те, модуль якого більший.

Наприклад: $4 > -9$; $-7 < 0$; $-2 < -1$; $-8 > -10$.

• Щоб додати два від'ємних числа, треба додати їхні модулі і поставити перед одержаним числом знак «-».

Наприклад: $-3 + (-5) = -8$.

• Щоб додати два числа з різними знаками, треба від більшого модуля доданків відняти менший модуль і поставити перед знайденим числом знак того доданка, модуль якого більший.

Наприклад: $5 + (-5) = 0$; $-7 + 9 = 2$; $-8 + 1 = -7$.

• Щоб від одного числа відняти друге, треба до зменшуваного додати число, протилежне від'ємнику:

$$a - b = a + (-b).$$

Наприклад: $7 - 10 = 7 + (-10) = -3$; $-3 - 1 = -3 + (-1) = -4$;

$2 - (-3) = 2 + 3 = 5$; $-4 - (-5) = -4 + 5 = 1$.

• Добуток двох чисел з однаковими знаками дорівнює добутку їх модулів. Добуток двох чисел з різними знаками дорівнює добутку їх модулів, взятому зі знаком «-».

Наприклад: $-2 \cdot (-6) = 12$; $4 \cdot (-11) = -44$.

• Частка двох чисел з однаковими знаками дорівнює частці від ділення їх модулів. Частка двох чисел з різними знаками дорівнює частці від ділення їх модулів, взятій зі знаком «-».

Наприклад: $-12 : (-3) = 4$; $6 : (-2) = -3$; $-170 : 2 = -85$.

Зразки розв'язування завдань

Завдання з вибором однієї правильної відповіді у форматі ДПА

1. Укажіть правильну нерівність.

А) $-2 > -1$; Б) $-100 > 1$; В) $-100 < -1$; Г) $-2 < -5$.*Розв'язання.* Нерівність $-100 < -1$ правильна; інші нерівності неправильні.*Відповідь.* В) $-100 < -1$.

Завдання з вибором однієї правильної відповіді у форматі ЗНО

2. Обчисліть
- $(-2 - (-3)) \cdot (-5)$
- .

А	Б	В	Г	Д
25	-3	-5	3	5

Розв'язання. $(-2 - (-3)) \cdot (-5) = (-2 + 3) \cdot (-5) = 1 \cdot (-5) = -5$.*Відповідь.* В) -5.

Завдання з короткою відповіддю у форматі ЗНО

3. Знайдіть значення виразу
- $(-12 : (-3) - 14) : |5|$
- .

Розв'язання. $(-12 : (-3) - 14) : |5| = (12 : (-3) - 14) : 5 = (-4 - 14) : 5 = -18 : 5 = -3,6$.*Відповідь.* -3,6.

§ 6. ЦІЛІ ЧИСЛА, РАЦІОНАЛЬНІ ЧИСЛА, ІРРАЦІОНАЛЬНІ ЧИСЛА

- Числа натуральні, їм протилежні та число нуль складають множину *цілих чисел*. Позначають цю множину так: Z .

- Об'єднання множин цілих і дробових чисел (додатних і від'ємних) складає множину *раціональних чисел*. Позначення для цієї множини таке: Q . Будь-яке раціональне число можна записати у вигляді $\frac{p}{q}$, де $p \in Z$; $q \in N$.

- Числа, які не можуть бути записані у вигляді $\frac{p}{q}$, де $p \in Z$; $q \in N$, називають *ірраціональними числами*.

Зразки розв'язування завдань

Завдання з вибором однієї правильної відповіді у форматі ЗНО

1. Який із запропонованих дробів дорівнює цілому числу?

А	Б	В	Г	Д
$\frac{7}{6}$	$\frac{6}{7}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{8}{2}$	$\frac{8}{3}$

Розв'язання. $\frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$ – число неціле; $\frac{6}{7}$ – число неціле; $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ – число неціле; $\frac{8}{2} = 4$ – ціле число; $\frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$ – число неціле.*Відповідь.* Г) $\frac{8}{2} = 4$.

Вправа 2

Завдання з вибором однієї правильної відповіді у форматі ДПА

- 1.1. Яке з округлень до сотих виконано правильно?

А) $2,725 \approx 2,73$; Б) $2,925 \approx 2,92$; В) $2,825 \approx 2,8$; Г) $2,703 \approx 2,71$.

- 1.2. Обчисліть
- $(-3 + (-5)) \cdot 6$
- .

А) -12; Б) 48; В) 12; Г) -48.

1.3. Числове значення якого із запропонованих виразів є цілим числом?

- А) $-2,5 + 3,2$; Б) $-2,4 \cdot 5$; В) $3,6 : (-3)$; Г) $4,7 - 9,2$.

Завдання з вибором однієї правильної відповіді у форматі ЗНО

2.1. Розташуйте числа $a = -2,7$, $b = -2,6$, $c = -2,9$ у порядку зростання.

А	Б	В	Г	Д
a, b, c	a, c, b	b, c, a	c, a, b	c, b, a

2.2. Скільки цілих чисел на координатній прямій розташовано між числами $-200,5$ і $105,7$?

А	Б	В	Г	Д
304	305	306	307	308

2.3. Обчисліть $(-8 - (-2)) : (-4)$.

А	Б	В	Г	Д
2,5	1,5	-2,5	-1,5	-2

Завдання на встановлення відповідностей у форматі ЗНО

3.1. Установіть відповідність між звичайним дробом (1–4) та десятковим дробом (А–Д), який йому дорівнює.

Звичайний дріб Десятковий дріб

1 $\frac{3}{4}$ А 0,375

2 $\frac{3}{8}$ Б 0,625

3 $\frac{4}{5}$ В 0,6

4 $\frac{5}{8}$ Г 0,75

Д 0,8

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					
4					

Завдання з короткою відповіддю у форматі ЗНО

4.1. Обчисліть $12,3 + \left(2\frac{1}{3} \cdot 0,3 - 4\frac{2}{5} : 0,4 \right)$.

4.2. Знайдіть $|a|$, якщо $a = -5 : |-2| - |3| \cdot 8$.

4.3. Знайдіть суму всіх цілих чисел від -100 до 98 включно.