

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Щодо змісту збірника та зручності його використання

Цей посібник може бути використано як для підготовки до ДПА, так і для її проведення.

Він містить 12 варіантів атестаційних письмових робіт, з яких **варіанти № 1–4, варіанти № 5–8 та варіанти № 9–12 – однотипні.**

Кожен з варіантів містить 23 тестових завдання (19 завдань за програмою академічного рівня та 4 завдання за програмами профільного та поглибленого рівнів). Завдання відрізняються між собою за формою та рівнем складності. Зміст завдань кожного з варіантів відповідає державним вимогам до рівня загальноосвітньої підготовки учнів з математики.

Під час використання збірника немає потреби друкувати бланки відповідей до тестових завдань закритого типу, оскільки кожен з варіантів є відрізним аркушем, що містить не лише умови всіх завдань, а й місце для внесення відповідей до завдань 1–16. Отже, кожен варіант одночасно є бланком відповідей, який після заповнення і виконання роботи підкладається до основної роботи, тобто до проштампованих навчальним закладом і підписаних учнями аркушів у клітинку, на яких вони записують розв'язання завдань 17–23.

Щодо обсягу атестаційної роботи та часу на її виконання

Учні, які вивчали математику за програмою рівня стандарту, виконують усі завдання 1–17, а також одне із завдань 18, 19 за власним вибором. Якщо учень розв'язав і завдання 18, і завдання 19, до підсумкового результату зараховується лише одне з них (з кращим результатом).

Учні, які вивчали математику за програмою академічного рівня, виконують усі завдання 1–19.

Учні, які вивчали математику за програмою профільного рівня, виконують усі завдання 1–19 і ще два завдання (одне з алгебри й одне з геометрії) із завдань 20–23 за власним вибором. Якщо учень розв'язав обидва завдання з алгебри і початків аналізу, до підсумкового результату зараховується лише один (кращий) результат, так само і з геометрії.

Учні класів (шкіл) з поглибленим вивченням математики, які продовжували в старшій школі вивчення предметів «Алгебра і початки аналізу» та «Геометрія» за програмою поглибленого рівня, виконують усі завдання 13–23 атестаційної роботи.

Час на виконання атестаційної письмової роботи з математики складає 135 хвилин для учнів, які вивчали математику за програмою рівня стандарту або академічного рівня, та 180 хвилин для учнів, що вивчали математику за програмою профільного рівня або у класах з поглибленим вивченням математики.

Указані рекомендації щодо кількості завдань та часу на їх виконання є орієнтовними, їх можна корегувати залежно від особливостей навчального процесу в кожному конкретному загальноосвітньому закладі.

Щодо структури та оцінювання завдань атестаційної письмової роботи

Завдання 1–12 – це тестові завдання закритого типу на вибір однієї правильної відповіді із чотирьох запропонованих. Таблицю для внесення відповідей до них розміщено поряд з умовами цих завдань.

Кожне із завдань 1–12 вважається виконаним правильно, якщо в таблиці для відповідей до кожного завдання вказано позначкою тільки одну літеру, що, на думку учня, є правильним варіантом відповіді. Будь-яких міркувань, що пояснюють цей вибір, учень наводити не повинен.

Кожне правильно виконане завдання 1–12 оцінюється в 1 бал. Якщо учень ука-
зав правильну відповідь, то за виконання цього завдання нараховується 1 бал, якщо
відповідь є неправильною, то виконання завдання оцінюється в 0 балів.

*Якщо учень бажає внести зміни в уже записану відповідь до якогось із зав-
дань 1–12, він має замалювати клітинку з неправильною відповіддю та зробити
позначку в тій клітинці, що відповідатиме правильній на його думку відповіді.*

Завдання 13–16 – це тестові завдання відкритої форми з короткою відповіддю.
До кожного із цих завдань є рядок для запису відповіді. Кожне із завдань 13–16 вва-
жається виконаним правильно, якщо у вказаний рядок записано тільки правильну
відповідь (наприклад, число, вираз, проміжок тощо). Усі необхідні обчислення, ма-
люнки, перетворення під час розв’язування цих завдань учні виконують на чер-
нетках.

Правильне розв’язання кожного із завдань 13–16 оцінюється у 2 бали. Якщо до
завдання записано правильну відповідь, за це нараховується 2 бали, якщо ж відпо-
відь є неправильною, бали за таке завдання не нараховуються. Часткове виконання
такого завдання (наприклад, якщо учень правильно знайшов один з двох коренів
рівняння або розв’язків системи рівнянь) оцінюється в 1 бал.

*Якщо учень бажає внести зміни у відповідь до якогось із завдань 13–16, він має
закреслити відповідний запис і поряд записати інший.*

Завдання 17–23 – завдання відкритої форми з розгорнутою відповіддю. Кожне з
них вважається виконаним правильно, якщо наведено розгорнутий запис розв’язання
з обґрунтуванням кожного його етапу та отримано правильну відповідь.

Завдання 17–23 учні виконують на окремих аркушах зі штампом загальноосвіт-
нього навчального закладу, до яких у кінці роботи підкладається відрізний аркуш
з виконаними завданнями 1–16. Формулювання завдань 17–23 учні не перепису-
ють, а лише вказують їх номер.

Правильне розв’язання завдання 17 оцінюється у 4 бали, а завдань 18–23 –
у 6 балів.

Оцінювання завдань 17–23 пропонуємо здійснювати за критеріями, наведеними в
таблиці 1.

Таблиця 1

Дії учня	Оцінювання завдання в балах	
	Максимальний бал — 6	Максимальний бал — 4
Отримав правильну відповідь і навів повне обґрунтуван- ня розв’язання	6 балів	4 бали
Отримав правильну відповідь, але вона недостатньо об- ґрунтована або розв’язання містить незначні недоліки	5 балів	3 бали
Отримав відповідь, записав правильний хід розв’я- зання, але в процесі розв’язування припустився помил- ки обчислювального або логічного (при обґрунтуванні) характеру	4 бали	
Суттєво наблизився до правильного кінцевого результату або в результаті знайшов лише частину правильної від- повіді	3 бали	2 бали

Продовження таблиці

Розпочав розв'язувати правильно, але в процесі розв'язування припустився помилки в застосуванні необхідного твердження чи формули	2 бали	1 бал
Лише почав правильно розв'язувати завдання або почав хибним шляхом, але в подальшому окремі етапи розв'язування виконав правильно (виконав тотожні перетворення, розв'язав рівняння тощо)	1 бал	
Розв'язання не відповідає жодному з наведених вище критеріїв	0 балів	0 балів

Примітка. У випадку, коли учні загальноосвітніх класів, які вивчали математику за програмою профільного рівня, а також учні класів з поглибленим вивченням математики правильно розв'язали стереометричні задачі 19 і 23 та навели повне обґрунтування однієї з них, при цьому до другої задачі правильно записали хід розв'язання із частковим обґрунтуванням його кроків, то розв'язання кожної із цих задач оцінюється у 6 балів.

Виправлення і закреслення в оформленні розв'язання завдань 17–23, якщо їх зроблено акуратно, не є підставою для зниження оцінки.

Учням має бути повідомлено про критерії оцінювання завдань 17–23 завчасно.

Щодо переведення оцінки в балах в оцінку за 12-бальною системою оцінювання навчальних досягнень учнів

Сума балів, нарахованих за виконання атестаційної письмової роботи, переводиться в оцінку за 12-бальною системою оцінювання навчальних досягнень учнів за спеціальною шкалою.

Для учнів, які вивчали математику на рівні стандарту, максимально можлива сума балів за атестаційну роботу становить 30 (див. табл. 2). Відповідність між сумою балів за роботу та оцінкою за 12-бальною системою оцінювання навчальних досягнень наведено в таблиці 3.

Таблиця 2

Номери завдань	Кількість балів	Усього
1–12	по 1 балу	12 балів
13–16	по 2 бали	8 балів
17	4 бали	4 бали
Одне із завдань 18, 19	6 балів	6 балів
Сума балів		30 балів

Таблиця 3

Кількість набраних балів	Оцінка за 12-бальною системою оцінювання навчальних досягнень учнів
0–2	1
3–4	2
5–6	3
7–8	4
9–10	5
11–12	6
13–16	7
17–20	8
21–23	9
24–26	10
27–28	11
29–30	12

Для учнів, які вивчали математику на академічному рівні, максимально можлива сума балів за атестаційну роботу становить 36 (див. табл. 4). Відповідність між сумою балів за роботу та оцінкою за 12-бальною системою оцінювання навчальних досягнень учнів наведено в таблиці 5.

Таблиця 4

Номери завдань	Кількість балів	Разом
1–12	по 1 балу	12 балів
13–16	по 2 бали	8 балів
17	4 бали	4 бали
18, 19	по 6 балів	12 балів
Сума балів		36 балів

Таблиця 5

Кількість набраних балів	Оцінка за 12-бальною системою оцінювання навчальних досягнень учнів
0–2	1
3–4	2
5–6	3
7–8	4
9–10	5
11–12	6
13–16	7
17–20	8
21–24	9
25–28	10
29–32	11
33–36	12

Для учнів, які вивчали математику на профільному рівні, максимально можлива сума балів за атестаційну роботу становить 48 (див. табл. 6). Відповідність між сумою балів за роботу та оцінкою за 12-бальною системою оцінювання навчальних досягнень учнів наведено в таблиці 7.

Таблиця 6

Номери завдань	Кількість балів	Разом
1–12	по 1 балу	12 балів
13–16	по 2 бали	8 балів
17	4 бали	4 бали
18, 19	по 6 балів	12 балів
Одне із завдань 20, 21	6 балів	6 балів
Одне із завдань 22, 23	6 балів	6 балів
Сума балів		48 балів

Таблиця 7

Кількість набраних балів	Оцінка за 12-бальною системою оцінювання навчальних досягнень учнів
0–3	1
4–6	2
7–9	3
10–12	4
13–15	5
16–18	6
19–23	7
24–28	8
29–33	9
34–38	10
39–43	11
44–48	12

Для учнів класів з поглибленим вивченням математики максимально можлива сума балів за атестаційну роботу становить 48 (див. табл. 8). Відповідність кількості набраних учнем балів оцінці за 12-бальною системою оцінювання навчальних досягнень учнів наведено в таблиці 9.

Таблиця 8

Номери завдань	Кількість балів	Разом
13–16	по 2 бали	8 балів
17	4 бали	4 бали
18, 19	по 6 балів	12 балів
20–23	по 6 балів	24 бали
Сума балів		48 балів

Таблиця 9

Кількість набраних балів	Оцінка за 12-бальною системою оцінювання навчальних досягнень учнів
0–1	1
2–3	2
4–5	3
6–7	4
8–11	5
12–16	6
17–21	7
22–26	8
27–31	9
32–36	10
37–42	11
43–48	12

**ЗРАЗОК ВИКОНАННЯ ЗАВДАНЬ АТЕСТАЦІЙНОЇ РОБОТИ
І ОФОРМЛЕННЯ ВІДПОВІДЕЙ**

Зразок виконання завдань атестаційної роботи й запису відповідей до завдань розглянемо на прикладі одного з варіантів.

Завдання 1–12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки **ОДИН** є **ПРАВИЛЬНИМ**.
Оберіть і позначте правильний варіант відповіді в таблиці

1. Обчисліть $0,12 + 1,2$.

- А) 1,14; Б) 1,122; В) 1,32; Г) 0,24.

Відповідь: В.

2. Спростіть вираз $-\frac{1}{3}a^2b \cdot 0,9ab^7$.

- А) $-0,3a^3b^8$; Б) $0,33a^3b^8$; В) $-0,3(3ab)^{11}$; Г) $-\frac{1}{30}3a^3b^8$.

Розв'язання. $-\frac{1}{3}a^2b \cdot 0,9ab^7 = -\frac{1}{3} \cdot \frac{9}{10}a^2abb^7 = -0,3a^3b^8$.

Відповідь: А.

3. Знайдіть дискримінант квадратного рівняння $x^2 + 2x - 3 = 0$.

- А) -8; Б) 16; В) 14; Г) -10.

Розв'язання. $D = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 4 + 12 = 16$.

Відповідь: Б.

4. Відомо, що $a > b$ і $b > 0$. Укажіть правильну нерівність.

- А) $a < 0$; Б) $-a > -b$; В) $\frac{a}{b} < 0$; Г) $-2a < -2b$.

Відповідь: Г.

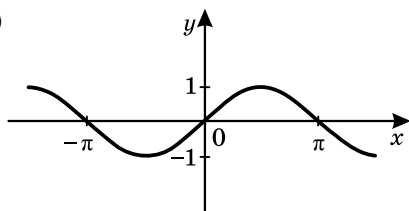
5. Укажіть функцію, що є показниковою.

- А) $y = x^2$; Б) $y = 2^x$; В) $y = -2x$; Г) $y = \frac{2}{x}$.

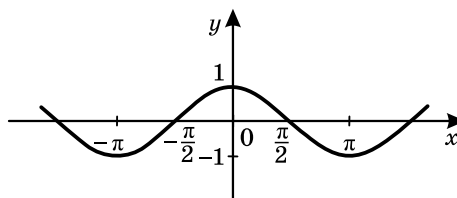
Відповідь: Б.

6. На якому з малюнків зображено графік функції $y = \sin(\pi - x)$?

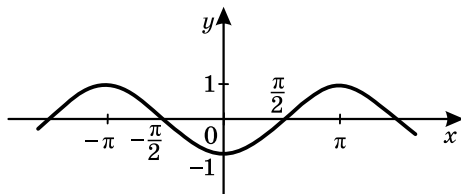
А)



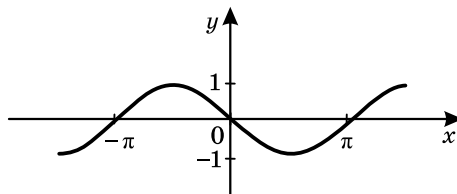
Б)



В)



Г)



Розв'язання. Оскільки $\sin(\pi - x) = \sin x$ для будь-якого значення x , то маємо функцію $y = \sin x$. Її графік зображено на малюнку А.

Відповідь: А.

7. Укажіть функцію, що є первісною для функції $f(x) = 2x$.

А) $F(x) = 2$; Б) $F(x) = 2 + x$; В) $F(x) = x^2 + 7$; Г) $F(x) = 2x$.

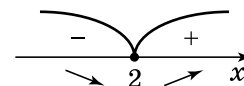
Розв'язання.

Оскільки $(x^2 + 7)' = 2x$, то $F(x) = x^2 + 7$ є первісною для функції $f(x) = 2x$.

Відповідь: В.

8. Знайдіть проміжок зростання функції $f(x) = x^2 - 4x + 3$.

А) $(-\infty; -2]$; Б) $[-2; +\infty)$; В) $[2; +\infty)$; Г) $(-\infty; 2]$.



Розв'язання.

$f'(x) = 2x - 4$; $f'(x) = 0$, коли $x = 2$. Функція зростає на проміжку $[2; +\infty)$.

Відповідь: В.

9. Сума трьох сторін ромба дорівнює 12 см. Знайдіть його периметр.

А) 12 см; Б) 16 см; В) 24 см; Г) 48 см.

Розв'язання. Сторона ромба $a = 12 : 3 = 4$ (см), його периметр $P = 4a = 4 \cdot 4 = 16$ (см).

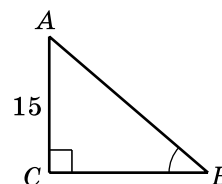
Відповідь: Б.

10. У трикутнику ABC $\angle C = 90^\circ$, $\sin B = \frac{3}{5}$, $AC = 15$ см. Знайдіть AB .

А) 9 см; Б) 16 см; В) 20 см; Г) 25 см.

Розв'язання. $\sin B = \frac{AC}{AB}$;

$$AB = \frac{AC}{\sin B} = 15 : \frac{3}{5} = \frac{15 \cdot 5}{3} = 25 \text{ (см)}.$$



Відповідь: Г.

11. Радіус основи конуса дорівнює 4 см, а твірна – 5 см. Знайдіть площу бічної поверхні конуса.

А) 20 см^2 ; Б) $20\pi \text{ см}^2$; В) $12\pi \text{ см}^2$; Г) $15\pi \text{ см}^2$.

Розв'язання. $r = 4$ см; $l = 5$ см; $S_{\text{біч}} = \pi \cdot r \cdot l = \pi \cdot 4 \cdot 5 = 20\pi \text{ (см}^2\text{)}.$

Відповідь: Б.

12. Порівняйте довжини відрізків AC і BC , якщо $A(-2; 3; 4)$, $B(0; 4; -1)$, $C(5; 4; 4)$.

А) $AC > BC$; Б) $AC < BC$;
В) $AC = BC$; Г) порівняти неможливо.

Розв'язання.

$$AC = \sqrt{(5+2)^2 + (4-3)^2 + (4-4)^2} = \sqrt{7^2 + 1^2 + 0^2} = \sqrt{50};$$

$$BC = \sqrt{(5-0)^2 + (4-4)^2 + (4+1)^2} = \sqrt{5^2 + 0^2 + 5^2} = \sqrt{50}.$$

Отже, $AC = BC$.

Відповідь: В.

Зразок оформлення відповідей до завдань 1–12

	А	Б	В	Г
1			×	
2	×			
3		×		
4				×
5		×		
6	×			
7			×	
8			×	
9		×		
10				×
11		×		
12			×	

Розв'яжіть завдання 13–16 і запишіть відповідь до кожного у відведений для цього рядок.

13. Обчисліть $\log_8 \cos \frac{\pi}{3}$.

Розв'язання. Оскільки $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$, маємо:

$$\log_8 \cos \frac{\pi}{3} = \log_8 \frac{1}{2} = \log_{2^3} 2^{-1} = -\frac{1}{3} \log_2 2 = -\frac{1}{3}.$$

Відповідь: $-\frac{1}{3}$.

14. Скільки різних чотирицифрових чисел можна скласти із цифр 0; 1; 2; 3, якщо цифри в числі не повторюються?

Розв'язання. З даних чотирьох цифр можна утворити $P_4 = 4!$ чотирицифрових записів. Але оскільки серед цифр є нуль, то треба виключити записи, які починаються з нього, тобто P_3 записів. Отже, можна отримати $P_4 - P_3 = 24 - 6 = 18$ чисел.

Відповідь: 18.

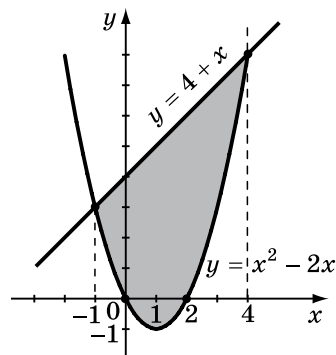
15. Знайдіть площу фігури, обмежену лініями $y = x^2 - 2x$ і $y = 4 + x$.

Розв'язання.

Знайдемо абсциси точок перетину графіків функцій:

$$x^2 - 2x = 4 + x; \quad x^2 - 3x - 4 = 0; \quad x_1 = -1; \quad x_2 = 4.$$

Зображуємо графіки схематично в координатній площині. Тоді:



$$S = \int_{-1}^4 ((4 + x) - (x^2 - 2x)) dx = \int_{-1}^4 (4 + 3x - x^2) dx = \left(4x + 3 \cdot \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-1}^4 =$$

$$= \left(4 \cdot 4 + 3 \cdot \frac{4^2}{2} - \frac{4^3}{3} \right) - \left(4 \cdot (-1) + 3 \cdot \frac{(-1)^2}{2} - \frac{(-1)^3}{3} \right) = 18 \frac{2}{3} + 2 \frac{1}{6} = 20 \frac{5}{6}.$$

Відповідь: $20 \frac{5}{6}$.



Завдання 1–12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДИН є ПРАВИЛЬНИМ.

Оберіть і позначте правильний варіант відповіді в таблиці.

1. Обчисліть $4\frac{1}{3} + 2\frac{4}{7}$.

А) $6\frac{19}{21}$; Б) $6\frac{5}{21}$; В) $7\frac{19}{21}$; Г) $6\frac{20}{21}$.

2. Розкладіть многочлен $x^2 - 25$ на множники.

А) $(x - 5)^2$; Б) $(x - 5)(x + 5)$; В) $-(x + 5)^2$; Г) $(x - 25)(x + 25)$.

3. Обчисліть $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{8}} - \sqrt{3} \cdot \sqrt{0,12}$.

А) $-0,2$; Б) $0,2$; В) $0,1$; Г) $-0,1$.

4. Яку решту має дати касир покупцеві, якщо той придбав товар вартістю 70 грн 50 коп. і для розрахунку надав купюру в 200 грн?

А) 129 грн 50 коп.; Б) 130 грн 50 коп.;
В) 30 грн 50 коп.; Г) 29 грн 50 коп.

5. Знайдіть область визначення функції $y = \sqrt[10]{x}$.

А) $[10; +\infty)$; Б) $(-\infty; +\infty)$; В) $[0; +\infty)$; Г) $(-\infty; 0]$.

6. Розв'яжіть рівняння $\sin(2x) = 1$.

А) $\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$; Б) $\frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$;
В) $\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; Г) $(-1)k\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$.

7. З літер, написаних на окремих картках, склали слово АЛГЕБРА. Потім ці картки перевернули, перемішали й навмання взяли одну з них. Яка ймовірність того, що на ній написано літеру Б?

А) $\frac{1}{2}$; Б) $\frac{2}{7}$; В) $\frac{1}{7}$; Г) 1.

8. Обчисліть $\int_0^2 2^x \ln 2 dx$.

А) 1; Б) 2; В) 3; Г) 4.

9. Укажіть вектор, що колінеарний вектору $\vec{a}(-3; 1)$.

А) $\vec{p}(3; 1)$; Б) $\vec{l}(-6; -2)$; В) $\vec{m}(6; -2)$; Г) $\vec{k}(-9; 2)$.

10. Знайдіть площу прямокутника, діагональ якого дорівнює 10 см, а кут між діагоналями -60° .

А) 25 см^2 ; Б) $25\sqrt{3} \text{ см}^2$; В) 50 см^2 ; Г) $50\sqrt{3} \text{ см}^2$.

11. Площа основи трикутної прямої призми дорівнює 6 см^2 , а площі бічних граней — 12 см^2 , 16 см^2 і 20 см^2 . Знайдіть площу повної поверхні призми.

А) 54 см^2 ; Б) 108 см^2 ; В) 60 см^2 ; Г) 72 см^2 .

12. На відстані 6 см від центра сфери проведено переріз, що перетинає сферу по колу, довжина якого дорівнює 16л см. Знайдіть площу поверхні сфери.

А) $100\pi \text{ см}^2$; Б) $256\pi \text{ см}^2$; В) $400\pi \text{ см}^2$; Г) $800\pi \text{ см}^2$.

	А	Б	В	Г
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				

Розв'яжіть завдання 13–16 і запишіть відповідь до кожного у відведений для цього рядок.

13. Знайдіть область значень функції $f(x) = 3 - \sqrt{x}$.

Відповідь: _____

14. Розв'яжіть рівняння $3\log_2 \sqrt[3]{x} - \log_2 x^4 = 9$.

Відповідь: _____

15. Вкладник відкрив у банку депозит на 10 000 грн під 10 % річних. Через рік банк підвищив відсотки по депозиту до 12 % річних. Який прибуток отримав вкладник через два роки після відкриття депозиту, якщо банк нараховує складні відсотки?

Відповідь: _____

16. Переріз циліндра площиною, паралельною його осі, є квадрат, що відтинає від кола основи дугу 90° . Знайдіть відстань від осі циліндра до цього перерізу, якщо висота циліндра дорівнює 6 см.

Відповідь: _____

Розв'яжіть завдання 17–19 та запишіть розв'язання кожного з повним обґрунтуванням послідовності логічних кроків і дій, посиланнями на математичні твердження та факти, з яких випливає той чи інший висновок. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

17. Розв'яжіть нерівність $9^{x-1} + 9^{x+1} < 246$.

18. Знайдіть координати точки перетину з осями координат тих дотичних до графіка функції $f(x) = \frac{2x-3}{x+3}$, у яких кутовий коефіцієнт дорівнює 9.

19. Основою піраміди є прямокутний трикутник з катетом b і протилежним до нього кутом β . Усі бічні ребра піраміди нахилені до основи під кутом α . Знайдіть об'єм піраміди.

Розв'яжіть завдання 20–23 та запишіть розв'язання кожного з повним обґрунтуванням послідовності логічних кроків і дій, посиланнями на математичні твердження та факти, з яких випливає той чи інший висновок. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

20. Знайдіть усі значення параметра a , при кожному з яких нерівність $2 - |x + a| > x^2$ має хоча б один додатний розв'язок.

21. Обчисліть: $\sqrt{|24\sqrt{3} - 43|} - \sqrt{43 + 24\sqrt{3}}$.

22. Знайдіть рівняння кола із центром у точці $O(-1; 2)$, яке дотикається до прямої $12x - 5y - 17 = 0$.

23. У кулю радіуса R вписано прямокутний паралелепіпед, діагональ якого утворює з більшою бічною гранню кут φ . Діагоналі основи паралелепіпеда утворюють між собою кут α . Знайдіть площу бічної поверхні паралелепіпеда.