



**ЗНО
ДПА 2016**

О.С. Істер

МАТЕМАТИКА

ДОВІДНИК + ТЕСТИ

**Повний повторювальний курс, підготовка
до зовнішнього незалежного оцінювання
та державної підсумкової атестації**

- ◆ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ ДО ВСЬОГО КУРСУ АЛГЕБРИ І ГЕОМЕТРІЇ
- ◆ БІЛЬШЕ 1200 ПРИКЛАДІВ
- ◆ 1200 ТЕСТОВИХ ЗАВДАНЬ РІЗНОЇ СКЛАДНОСТІ
- ◆ 40 КОНТРОЛЬНИХ ТЕСТІВ
- ◆ 2 КОМПЛЕКСНІ ВАРІАНТИ ТЕСТОВИХ ЗАВДАНЬ
- ◆ ВІДПОВІДІ

Кам'янець-Подільський
ФОП Сисин О.В.



Абетка
2016

ББК 22.1я729

I-89

Автор: *Істер Олександр Семенович*, вчитель вищої категорії, вчитель-методист, автор підручників з математики для 5-8 класів, завдань для державної підсумкової атестації з математики у 9 та 11 класах, 14 статей і більше 140 книг.

I-89 **Істер О. С.** Математика. Довідник + тести. Повний повторювальний курс, підготовка до зовнішнього незалежного оцінювання та державної підсумкової атестації / Олександр Істер. – Кам'янець-Подільський : ФОП Сисин О. В., 2016. – 576 с.
ISBN 978-617-539-218-8.

Матеріал довідника сформовано відповідно до чинних програми з математики для загальноосвітніх навчальних закладів, затверджених Міністерством освіти і науки України та програми зовнішнього незалежного оцінювання з математики.

Посібник містить теоретичні відомості до всього курсу алгебри і геометрії. Матеріал проілюстровано достатньою кількістю прикладів з повним розв'язанням. У кінці кожного тематичного розділу запропоновано тести різного рівня складності, призначені для самостійної підготовки учнів до проходження **зовнішнього незалежного оцінювання** з математики. Наприкінці посібника наводяться два тренувальні комплексні тести у форматі ЗНО та відповіді до них. Матеріал посібника може використовуватися для проведення тематичного оцінювання знань та підготовки до державної підсумкової атестації.

Для учнів шкіл, ліцеїв, гімназій та абітурієнтів, студентів вищих навчальних закладів, учителів, викладачів.

ББК 22.1я729

ISBN 978-617-539-218-8

© Істер О. С., 2016;
© ФОП Сисин О. В., 2016.

ПЕРЕДМОВА



ШАНОВНІ ЧИТАЧІ!

Книга, яку ви тримаєте в руках, є частиною комплексу для підготовки до державної підсумкової атестації (ДПА) та зовнішнього незалежного оцінювання (ЗНО), що складається з трьох посібників. Теоретичний курс, приклади розв'язування вправ та тестові завдання складено у відповідності до програми зовнішнього незалежного оцінювання з математики (див. сайт Українського центру оцінювання якості освіти <http://testportal.gov.ua>).

Матеріал цього посібника розбито на 6 розділів: 4 розділи з алгебри і початків аналізу та 2 з геометрії відповідно до вказаної програми.

На початку кожного розділу коротко наведено основні теоретичні відомості, які проілюстровано достатньою кількістю прикладів, поданих із повними розв'язаннями. Всі розділи, крім розділу IV з алгебри та початків аналізу (який містить всього три параграфи), містять контрольні тести. В кінці кожного розділу запропоновано тестові завдання для самостійного виконання. До всіх завдань у кінці посібника подано відповіді.

Для самостійного виконання у кожному розділі, крім розділу IV з алгебри і початків аналізу, запропоновано: 60 завдань із вибором однієї правильної відповіді; 5 завдань на встановлення відповідності (логічні пари); 20 завдань з короткою відповіддю; 5 структурованих завдань з короткою відповіддю та 5 завдань з повним розв'язанням. Розділ IV з алгебри і початків аналізу містить 20 завдань із вибором однієї правильної відповіді, 3 завдання на встановлення відповідності (логічні пари) і 8 завдань з короткою відповіддю.

Наприкінці посібника наводяться додаток та два тренувальні комплексні тести у форматі ЗНО та відповіді до них.

ШАНОВНІ АБИТУРІЄНТИ!

Зовнішнє незалежне оцінювання з математики – нелегке випробування, котре проходять як одинадцятикласники, так і випускники попередніх років, що бажають вступити у вищі навчальні заклади.

Запропонований посібник допоможе вам самостійно або за допомогою викладача підготуватися до цього випробування. Спочатку потрібно засвоїти теоретичні відомості розділу, що вивчається, розглянути приклади розв'язування вправ та розв'язати контрольні тести. Після цього потрібно приступити до самостійного розв'язування тестових завдань. Спочатку необхідно розв'язати завдання із вибором однієї правильної відповіді з п'яти запропонованих. Після цього приступити до розв'язування вправ на встановлення відповідності. У цих вправах кожне завдання містить інформацію, яку позначено цифрами і буквами. Виконуючи завдання, необхідно встановити відповідність (утворити логічні пари). Далі пропонується розв'язати завдання із короткою відповіддю та структуровані завдання із короткою

відповіддю. Відповіддю до цих завдань є ціле число або скінчений десятковий дріб. Після цього слід спробувати розв'язати досить складні завдання з повним розв'язанням.

Після опрацювання цього посібника для продовження підготовки до ДПА та ЗНО, закріплення теоретичних відомостей ми пропонуємо Вам серію з наступних двох посібників:

а) **«Математика. Збірник тестових завдань. 936 тестових завдань + 4 комплексні варіанти у форматі ЗНО»**. Ці вправи дають змогу як за допомогою вчителя, так і самостійно закріпити теоретичний матеріал при опрацюванні тестових завдань та підготуватись до тестування у форматі ЗНО;

б) **«Математика. Комплексні варіанти завдань у тесовій формі. 20 варіантів»**. Посібник дає змогу закріпити Ваші знання та провести тренувальне пробне зовнішнє оцінювання. Він містить 20 варіантів типових завдань, що повністю відповідають специфікації ЗНО.

Для самоконтролю у згаданих вище посібниках подано відповіді до всіх вправ.

ШАНОВНІ ВЧИТЕЛІ!

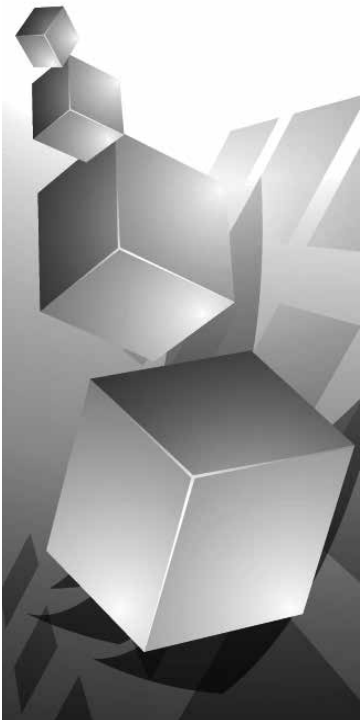
Сподіваюсь, що запропонований посібник допоможе Вам у нелегкій праці підготовки учнів до державної підсумкової атестації, зовнішнього незалежного оцінювання та тематичних контрольних робіт. Маю надію, що посібник стане у пригоді як під час індивідуальних, так і під час групових занять.

Автор щиро вдячний вчителю-методисту Сисин Оксані Володимирівні, чия дружня допомога та цінні поради у процесі роботи над рукописом книги сприяли його покращенню.

Автор



АЛГЕБРА і ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ



Розділ І. ЧИСЛА І ВИРАЗИ



§1. РАЦІОНАЛЬНІ ЧИСЛА.

1. Натуральні числа.

Числа 1, 2, 3, 4, 5 ... , які використовуються під час лічби предметів, називають *натуральними числами*. Найменше натуральне число – 1, найбільшого – не існує. Множину цілих чисел позначають літерою N .

2. Звичайні дроби.

Частку від ділення натурального числа a на натуральне число b можна записати у вигляді *звичайного дроби* $\frac{a}{b}$, де a – *чисельник дроби*, b – його *знаменник*.

Правильним дробом називається дріб, у якого чисельник менший від знаменника.

Неправильним дробом називається дріб, у якого чисельник більший від знаменника або дорівнює йому.

Значення правильного дроби менше за 1, а неправильного – не менше за 1.

З неправильного дроби можна виділити цілу і дробову частину (отримаємо *мішане число*).

Наприклад: $\frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$; $\frac{175}{4} = 43\frac{3}{4}$.

Мішане число можна подати у вигляді неправильного дроби.

Наприклад: $4\frac{1}{3} = \frac{4 \cdot 3 + 1}{3} = \frac{13}{3}$.

Основна властивість дроби: значення дроби не зміниться, якщо чисельник і знаменник дроби помножити або поділити на одне й те саме натуральне число.

Наприклад: $\frac{15}{20} = \frac{15 : 5}{20 : 5} = \frac{3}{4}$ (скоротили дріб $\frac{15}{20}$ на 5), $\frac{3}{7} = \frac{3 \cdot 2}{7 \cdot 2} = \frac{6}{14}$ (звели дріб $\frac{3}{7}$ до знаменника 14).

3. Десяткові дроби.

Звичайний дріб, знаменник якого – натуральне число, записане одиницею з наступними нулями (10, 100, 1000 тощо) можна записувати *десятковим дробом*.

Наприклад: $\frac{7}{10} = 0,7$; $\frac{13}{100} = 0,13$; $\frac{197}{1000} = 0,197$.

Якщо в чисельнику звичайного дроби цифр менше, ніж нулів у знаменнику, то в десятковому дробі після коми дописують зліва до цих цифр стільки нулів, щоб кількість цифр після коми дорівнювала кількості нулів у знаменнику звичайного дроби.

Наприклад: $\frac{19}{1000} = 0,019$; $\frac{3}{10000} = 0,0003$.

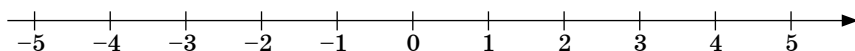
Властивість десяткового дробу: значення десяткового дробу не зміниться, якщо до нього справа після коми дописати будь-яку кількість нулів.

Десятковими дробами, як і звичайними, можна записувати мішані числа. При цьому *цілу частину* відокремлюють комою, а праворуч від коми записують *дробову частину*:

$$7\frac{3}{10} = 7,3; \quad 4\frac{11}{10000} = 4,0011; \quad 19\frac{1}{100} = 19,01.$$

4. Додатні і від'ємні числа. Модуль числа.

Пряму лінію з вибраними на ній початком відліку, одиничним відрізком і напрямом називають *координатною прямою* (мал. 1). Точки цієї прямої зображають числа. Натуральні і дробові числа, які розглядалися раніше, називають *додатними* і пишуть іноді перед ними знак плюс, а числа, що знаходяться зліва від точки O (початок відліку) – *від'ємними* і пишуть перед ними знак мінус.



мал. 1

Два числа, що відрізняються одне від одного лише знаком, називаються *протилежними числами*. Наприклад: числа 5 і -5 – протилежні.

Модулем числа називається відстань від початку відліку до точки, що зображує це число на координатній прямій.

Модулем додатного числа і числа нуль є саме це число, а модулем від'ємного числа – протилежне йому число. Модуль числа a позначають знаком $|a|$:

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{якщо } a \geq 0, \\ -a, & \text{якщо } a < 0. \end{cases}$$

Наприклад: $|2| = 2$; $|-3,8| = 3,8$; $|0| = 0$; $|\pi - 3| = \pi - 3$ (оскільки $\pi - 3 > 0$);
 $|\pi - 4| = -(\pi - 4) = 4 - \pi$ (оскільки $\pi - 4 < 0$).

Властивості модуля:

- 1) $|a| \geq 0$;
- 2) $|a| = |-a|$;
- 3) $|a|^2 = |a^2| = a^2$;
- 4) $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$;
- 5) $|a : b| = |a| : |b|$, де $b \neq 0$;
- 6) $||a| - |b|| \leq |a + b| \leq |a| + |b|$;
- 7) $||a| - |b|| \leq |a - b| \leq |a| + |b|$.

5. Цілі числа, раціональні числа, ірраціональні числа.

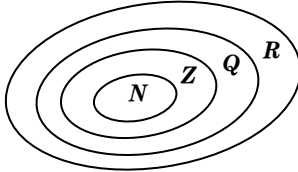
Числа, протилежні до натуральних, називають *цілими від'ємними*. Натуральні числа, цілі від'ємні числа і нуль утворюють множину *цілих чисел*. Вона позначається літерою Z .

Об'єднання множин цілих і дробових чисел (додатних і від'ємних) складають множину *раціональних* чисел. Вона позначається літерою Q .

Будь-яке раціональне число можна записати у вигляді $\frac{p}{q}$, де $p \in Z$; $q \in N$.

Числа, які не можна записати у вигляді $\frac{p}{q}$, де $p \in Z$, $q \in N$, називають *ірраціональними числами*.

6. Дійсні числа. Співвідношення між числовими множинами.



мал. 2

Раціональні числа разом з ірраціональними утворюють множину *дійсних чисел*. Множину дійсних чисел позначають літерою R .

Співвідношення між множинами натуральних, цілих, раціональних і дійсних чисел подано на малюнку 2.

§2. ПРАВИЛА ПОРІВНЯННЯ РАЦІОНАЛЬНИХ ЧИСЕЛ.

1. Порівняння натуральних чисел.

Із двох натуральних чисел, що мають різну кількість цифр, більшим є те, в якого цифр більше.

Наприклад: $417 < 1922$; $12375 > 9873$.

Із двох натуральних чисел, що мають однакову кількість цифр, більшим є те, в якого більше одиниць у найвищому розряді.

Наприклад: $732 > 698$; $1295 < 2003$.

Із двох натуральних чисел, що мають однакову кількість цифр і однакову цифру у найвищому розряді, більшим є те, в якого більше одиниць у наступному, нижчому, розряді і т. д.

Наприклад: $1232 > 1217$; $14198 < 14199$.

2. Порівняння десяткових дробів.

З двох десяткових дробів *більший* той, у якого більша ціла частина. Якщо цілі частини дробів рівні, то більший той, у якого більше десятих, і т. д.

Наприклад: $18,7 > 16,92$; $12,37 < 12,41$; $5,32 > 5,319$.

3. Порівняння звичайних дробів.

Із двох дробів з однаковими знаменниками більший той, чисельник якого більший.

Наприклад: $\frac{4}{7} > \frac{3}{7}$; $\frac{1}{11} < \frac{7}{11}$.

Щоб порівняти дроби з різними знаменниками, достатньо звести їх до спільного знаменника (тобто, користуючись основною властивістю дроби, записати рівні їм дроби з однаковими знаменниками) і порівняти утворенні дроби.

Наприклад: щоб порівняти дроби $\frac{3}{5}$ і $\frac{4}{7}$ зведемо їх до спільного знаменника 35. Маємо $\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 7}{5 \cdot 7} = \frac{21}{35}$ і $\frac{4}{7} = \frac{4 \cdot 5}{7 \cdot 5} = \frac{20}{35}$. Оскільки $\frac{21}{35} > \frac{20}{35}$, то й $\frac{3}{5} > \frac{4}{7}$.

Із двох дробів з однаковими чисельниками, більший той, у якого знаменник менший.

Наприклад: $\frac{5}{3} < \frac{5}{2}$, $\frac{11}{6} > \frac{11}{9}$.

4. Порівняння додатних і від'ємних чисел.

Будь-яке від'ємне число менше від нуля і менше від будь-якого додатного числа. Із двох від'ємних чисел більшим є те, модуль якого менший, і меншим є те, модуль якого більший.

Наприклад: $2 > -10$; $-5 < 0$; $-3 < -1$; $-4 > -15$.

§3. ПРАВИЛА ОКРУГЛЕННЯ ЦІЛИХ ЧИСЕЛ І ДЕСЯТКОВИХ ДРОБІВ.

1. Правила округлень натуральних чисел.

При *округленні натурального числа* до певного розряду всі наступні за цим розрядом цифри замінюють нулями. Якщо перша наступна за цим розрядом цифра 5, 6, 7, 8 або 9, то останню цифру, що залишилася, збільшують на одиницю. Якщо перша наступна за цим розрядом цифра 0, 1, 2, 3 або 4, то останню цифру, яка залишилася, не змінюють.

Наприклад, при округленні до сотень:

$$4520 \approx 4500, 17287 \approx 17300, 12950 \approx 13000.$$

2. Правила округлення десяткових дробів.

При *округленні десяткового дробу* до певного розряду всі наступні за цим розрядом цифри замінюють нулями або відкидають (якщо вони стоять після коми). Якщо перша наступна за цим розрядом цифра 5, 6, 7, 8 або 9, то останню цифру, що залишилася, збільшують на одиницю. Якщо перша наступна за цим розрядом цифра 0, 1, 2, 3 або 4, то останню цифру, що залишилася, не змінюють.

Наприклад, при округленні до сотих:

$$4,783 \approx 4,78; 5,925 \approx 5,93; 4,798 \approx 4,80.$$

§4. ПРАВИЛА ДІЙ З РАЦІОНАЛЬНИМИ ЧИСЛАМИ.

1. Дії з десятковими дробами.

Додавання і віднімання десяткових дробів виконують, як і додавання натуральних чисел, порозрядно, записуючи їх один під одним так, щоб кома розміщувалася під комою. У сумі або різниці ставлять кому під комою.

Наприклад:

$$\begin{array}{r} + 4,52 \\ 3,8 \\ \hline 8,32 \end{array} \qquad \begin{array}{r} - 13,29 \\ 4,273 \\ \hline 9,017 \end{array}$$

Щоб *перемножити десяткові дроби*, треба виконати множення, не звертаючи уваги на коми, а потім у результаті відокремити справа комою стільки цифр, скільки їх стоїть після коми в обох множниках разом. Якщо ж у результаті отримують менше цифр, ніж треба відокремити комою, то зліва дописують відповідну кількість нулів.

Наприклад:

$$\begin{array}{r} \times 4,07 \\ 2,9 \\ \hline + 3663 \\ 814 \\ \hline 11,803 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times 0,017 \\ 0,9 \\ \hline 0,0153 \end{array}$$

Щоб *помножити десятковий дріб на 10^n* , де n – натуральне число, треба в цьому дробі перенести кому на n цифр вправо. Якщо для перенесення коми не вистачає знаків, то дріб доповнюють справа відповідною кількістю нулів.

Наприклад: $4,17 \cdot 10 = 41,7$; $0,29 \cdot 100 = 29$; $4,8 \cdot 1000 = 4800$.

Щоб *помножити десятковий дріб на 0,1; 0,01; 0,001...*, треба в цьому дробі перенести кому вліво на стільки знаків, скільки нулів стоїть у другому множнику перед одиницею (включаючи і нуль цілих). Якщо для перенесення коми не вистачає знаків, то дріб доповнюють зліва відповідною кількістю нулів.

Наприклад: $17,2 \cdot 0,1 = 1,72$; $293 \cdot 0,01 = 2,93$; $1,45 \cdot 0,001 = 0,00145$.

Щоб *поділити десятковий дріб на натуральне число*, треба виконати ділення, не звертаючи уваги на кому, проте після закінчення ділення цілої частини діленого треба в частці поставити кому.

Наприклад:

$$\begin{array}{r} - 42,84 \mid 12 \\ 36 \quad \mid 3,57 \\ \hline - 68 \\ 60 \\ \hline - 84 \\ 84 \\ \hline 0 \end{array}$$

Щоб *поділити десятковий дріб на 10^n* , треба в цьому дробі перенести кому на n цифр уліво, доповнюючи його при недостатці знаків відповідною кількістю нулів зліва.

Наприклад: $14,5 : 10 = 1,45$; $2,37 : 100 = 0,0237$.

Щоб поділити десятковий дріб на десятковий, треба в діленому і дільнику перенести кому на стільки цифр вправо, скільки їх стоїть після коми в дільнику, а потім виконати ділення на натуральне число.

Наприклад: $12,1088 : 2,56 = 1210,88 : 256 = 4,73$.

Щоб поділити десятковий дріб на 0,1; 0,01; 0,001, ..., треба в цьому дробі перенести кому вправо на стільки знаків, скільки нулів містить дільник перед одиницею (враховуючи нуль цілих). Якщо для перенесення коми не вистачає знаків, то дріб доповнюють справа відповідною кількістю нулів.

Наприклад: $4,73 : 0,1 = 47,3$; $2,5 : 0,01 = 250$; $0,0427 : 0,001 = 42,7$.

2. Дії зі звичайними дробами.

Дроби з однаковими знаменниками додають і віднімають, використовуючи формули:

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c} \quad \text{і} \quad \frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}.$$

Наприклад: $\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{5}{7}$; $\frac{13}{19} - \frac{2}{19} = \frac{11}{19}$.

Щоб додати або відняти дроби з різними знаменниками, їх спочатку зводять до спільного знаменника, а потім додають або віднімають одержані дроби з однаковими знаменниками.

Наприклад: $\frac{5}{6} + \frac{3}{10} = \frac{5+9}{30} = \frac{14}{30} = \frac{7}{15}$; $\frac{3}{7} - \frac{2}{5} = \frac{21-10}{24} = \frac{11}{24}$.

Як виконують додавання і віднімання мішаних чисел, показано на прикладах:

$$5\frac{1}{3} + 2\frac{3}{4} = 7\frac{4+9}{12} = 7\frac{13}{12} = 8\frac{1}{12};$$

$$7\frac{4}{5} - 6\frac{5}{4} = 1\frac{16-15}{20} = 1\frac{1}{20};$$

$$5\frac{2}{9} - 2\frac{3}{6} = 3\frac{8-15}{18} = 2\frac{26-15}{18} = 2\frac{11}{18}.$$

Усі властивості дій із дійсними числами (див. с. 13) справедливі і для звичайних дробів; їх застосування часто спрощує процес додавання і віднімання.

Наприклад:

$$1\frac{7}{9} + 2\frac{5}{12} + \frac{2}{9} + \frac{7}{12} + \frac{1}{4} = \left(1\frac{7}{9} + \frac{2}{9}\right) + \left(2\frac{5}{12} + \frac{7}{12}\right) + \frac{1}{4} = 2 + 3 + \frac{1}{4} = 5\frac{1}{4}.$$

Тут використано переставку і сполучну властивості додавання.

Щоб помножити два дроби, треба помножити окремо їх чисельники і знаменники, і перший добуток записати чисельником, а другий – знаменником результату:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}, \text{ де } b \neq 0; d \neq 0.$$

Наприклад:

$$\begin{aligned} \frac{5}{8} \cdot \frac{14}{15} &= \frac{\overset{1}{\cancel{5}} \cdot \overset{7}{14}}{\underset{4}{8} \cdot \underset{3}{15}} = \frac{7}{12}; \\ 7 \cdot \frac{3}{5} &= \frac{7}{1} \cdot \frac{3}{5} = \frac{7 \cdot 3}{1 \cdot 5} = \frac{21}{5} = 4 \frac{1}{5}; \\ 2 \frac{1}{3} \cdot 4 \frac{2}{7} &= \frac{7}{3} \cdot \frac{30}{7} = \frac{\overset{1}{\cancel{7}} \cdot \overset{10}{30}}{\underset{1}{3} \cdot \underset{1}{7}} = \frac{10}{1} = 10. \end{aligned}$$

Застосування властивостей дій із дійсними числами часто спрощує процес множення дробів.

Наприклад: $\frac{3}{4} \cdot 7 \frac{19}{31} \cdot \frac{4}{3} = \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{3} \right) \cdot 7 \frac{19}{31} = 1 \cdot 7 \frac{19}{31} = 7 \frac{19}{31}.$

Якщо добуток двох дробів дорівнює 1, то такі дроби називають *взаємно оберненими*.

Наприклад: дріб $\frac{5}{6}$ обернений до $\frac{6}{5}$, оскільки $\frac{5}{6} \cdot \frac{6}{5} = 1.$

Щоб поділити один дріб на інший, треба ділене помножити на дріб, обернений до дільника:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}.$$

Наприклад: $\frac{2}{5} : \frac{3}{7} = \frac{2}{5} \cdot \frac{7}{3} = \frac{2 \cdot 7}{5 \cdot 3} = \frac{14}{15};$

$$2 \frac{1}{2} : 1 \frac{3}{4} = \frac{5}{2} : \frac{7}{4} = \frac{5}{2} \cdot \frac{4}{7} = \frac{5 \cdot \overset{2}{4}}{\underset{1}{2} \cdot 7} = \frac{10}{7} = 1 \frac{3}{7}.$$

3. Дії із додатними та від'ємними числами.

Щоб додати два від'ємних числа, треба додати їх модулі і поставити перед одержаним числом знак «-».

Наприклад: $-2 + (-7) = -9.$

Щоб додати два числа з різними знаками, треба від більшого з модулів доданків відняти менший модуль і поставити перед різницею знак того доданка, модуль якого більший. Сума двох протилежних чисел дорівнює нулю.

Наприклад: $-7 + 7 = 0;$
 $5 + (-3) = 2;$
 $-8 + 1 = -7.$

Щоб від одного числа відняти інше, треба до зменшуваного додати число, протилежне до від'ємника:

$$a - b = a + (-b).$$

Наприклад: $5 - 9 = 5 + (-9) = -4;$
 $-2 - 5 = -2 + (-5) = -7;$
 $-3 - (-7) = -3 + 7 = 4.$

Добуток двох чисел з однаковими знаками дорівнює добутку їх модулів. Добуток двох чисел із різними знаками дорівнює добутку їх модулів, взятому зі знаком «-».

Наприклад: $-4 \cdot (-3) = 12;$ $2 \cdot (-5) = 10.$

Частка двох чисел з однаковими знаками дорівнює частці від ділення їх модулів. Частка двох чисел із різними знаками дорівнює частці від ділення їх модулів, взятій зі знаком «-».

Наприклад: $-8 : (-2) = 4;$ $6 : (-3) = -2;$ $-18 : 6 = -3.$

4. Властивості дій із дійсними числами.

При додаванні дійсних чисел справджується

переставна властивість: $a + b = b + a$ та
сполучна властивість: $(a + b) + c = a + (b + c).$

При множенні дійсних чисел справджується

переставна властивість: $ab = ba,$
сполучна властивість: $(ab) \cdot c = a \cdot (bc)$ та
розподільна властивість: $(a + b) \cdot c = ac + bc;$ $(a - b) \cdot c = ac - bc.$

КОНТРОЛЬНИЙ ТЕСТ № 1

1. Подати у вигляді неправильного дробу число $6\frac{3}{5}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{32}{5}$	$\frac{33}{5}$	$\frac{21}{5}$	$\frac{39}{5}$	інша відповідь

2. Яку з наведених цифр можна підставити замість * у запис $41*3 > 4174$, щоб утворилася правильна нерівність?

А	Б	В	Г	Д
7	0	6	8	4

3. Укажіть правильну нерівність.

А	Б	В	Г	Д
$0,19 > 0,2$	$-0,12 < -0,13$	$-5,1 > -5,99$	$-0,41 > -0,4$	$-0,02 > 0,01$

4. Укажіть неправильну нерівність.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{4}{7} > \frac{3}{7}$	$\frac{1}{8} > \frac{1}{9}$	$\frac{2}{7} < \frac{3}{8}$	$\frac{3}{8} < \frac{5}{12}$	$\frac{8}{9} < \frac{5}{6}$

5. Записати десятковий дріб 5,03 у вигляді мішаного числа.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{53}{10}$	$5\frac{3}{10}$	$5\frac{3}{100}$	$5\frac{3}{1000}$	$\frac{503}{100}$

6. Яке з округлень числа до десятих зроблене правильно?

А	Б	В	Г	Д
$2,17 \approx 2,1$	$3,82 \approx 4$	$4,15 \approx 4,2$	$7,392 \approx 7,39$	$4,51 \approx 4,6$

7. Знайти частку $87 : 2,6$ і округлити її до десятих.

А	Б	В	Г	Д
33,5	33,4	33,46	33,47	3,3

8. Знайти значення виразу: $(39 - 23,4) : |-65|$.

А	Б	В	Г	Д
0,24	-0,24	2,4	-2,4	24

9. Обчислити: $\left(41 - 38\frac{3}{4}\right) + \left(2\frac{5}{6} - 1\frac{3}{8}\right)$.

А	Б	В	Г	Д
$2\frac{17}{24}$	$4\frac{17}{24}$	$3\frac{11}{24}$	$3\frac{17}{24}$	інша відповідь

10. Обчислити: $12\frac{1}{3} \cdot 2\frac{1}{4} - 2\frac{1}{4} : \frac{6}{13}$.

А	Б	В	Г	Д
$22\frac{1}{8}$	$4\frac{7}{8}$	$11\frac{5}{8}$	$32\frac{5}{8}$	$22\frac{7}{8}$

11. Виконати дії: $(2,5 - 13,4 \cdot 5) : \left|-\frac{1}{2}\right| + |5| \cdot 0,25$.

12. Відомо, що $\frac{a}{b} = 2$. Чому дорівнює частка чисел $0,25a$ і $1,25b$?

ЗРАЗКИ ТЕСТОВИХ ЗАВДАНЬ.

Завдання з вибором однієї правильної відповіді.

Завдання 1-60 мають по п'ять варіантів відповіді, серед яких лише один правильний.

1. У коробці менше 40 цукерок. Цукерки можна порівну розділити між двома або трьома дітьми, але не можна між чотирма. Яка найбільша можлива кількість цукерок може бути в коробці?

А	Б	В	Г	Д
27	30	33	36	39

2. В ящику знаходяться білі та чорні кульки у відношенні 3:1. Вкажіть число, яким може виражатися загальна кількість кульок у ящику.

А	Б	В	Г	Д
62	63	64	65	70

3. У Сергія є певна кількість слив. Якщо він розкладе їх у купки по 4 сливи, то одна слива залишиться, а коли розкладе їх по 3, то зайвих слив не виявиться. Яка кількість слив із запропонованих може бути у Сергія?

А	Б	В	Г	Д
27	30	32	33	46

4. Відомо, що $410 + n$ ділиться на 9; яке значення із запропонованих може приймати число n ?

А	Б	В	Г	Д
4	2	1	7	9

5. Яку з цифр потрібно підставити замість * у число $\overline{12*34}$, щоб воно ділилося на 3 без остачі?

А	Б	В	Г	Д
4	6	3	7	2

6. Сума чисел $212 + a$ ділиться на 5. Яке значення із запропонованих може приймати число a .

А	Б	В	Г	Д
319	413	250	719	495

58. Обчислити: $\lg(25a) + \lg(4b)$, якщо $\lg(ab) = 3$, $a > 0$, $b > 0$.

А	Б	В	Г	Д
103	13	$\frac{2}{3}$	5	6

59. На змаганнях з настільного тенісу брали участь однакові за кількістю хлопчиків і дівчаток команди, усього 34 дівчинки і 51 хлопчик. Скільки дівчаток було в кожній команді?

А	Б	В	Г	Д
1	2	3	4	5

60. Довжина кроку батька 70 см, довжина кроку сина 40 см. Яку найменшу відстань вони повинні пройти, щоб кожний зробив ціле число кроків?

А	Б	В	Г	Д
3,5 м	5,6 м	2,8 м	28 м	неможливо визначити

Завдання на встановлення відповідностей.

У завданнях 1-5 до кожного з рядків інформації, позначених цифрами, виберіть один правильний, на Вашу думку, варіант, позначений буквою.

1. Встановити відповідності між виразами (1-4) та їх значеннями якщо $x = 1,5$ (А-Д).

- 1 $\frac{x^2 - 4}{2 + x}$ А 0,5
- 2 $\frac{2x - 4}{4x} \cdot \frac{x}{x^2 - 4x + 4}$ Б 1
- 3 $\frac{x^3 - 1}{x^2 + x + 1}$ В -0,5
- 4 $(x - 2)^2 + 4(x - 1)$ Г 2,25
- Д -1

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					
4					

2. Встановити відповідність між числовими виразами (1-4) та їхніми значеннями (А-Д).

- 1 $2002^2 - 1998^2$ А 1600
- 2 $174^2 - 174 \cdot 268 + 134^2$ Б 1440
- 3 $82^2 + 82 \cdot 76 + 38^2$ В 14400
- 4 $121^2 - 21 \cdot 121 - 121 + 21$ Г 12000
- Д 16000

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					
4					

5. Обчислити: $\frac{42}{9 - \sqrt{39}} - \frac{37}{\sqrt{2} + \sqrt{39}} - \frac{7}{3 - \sqrt{2}}$.

6. Обчислити: $\frac{3^{-1,6} \cdot 9^{1,8}}{27^{\frac{2}{3}}}$.

7. Обчислити: $\log_{15} 18 \cdot \log_{16} 15 \cdot \log_{17} 16 \cdot \log_{18} 17$.

8. Обчислити: $\sqrt[3]{2^{\log_8 125}} + \log_3 5 \cdot \log_5 27$.

9. Знайти значення виразу: $3 \log_2 (\log_4 16) + \log_{\frac{1}{2}} 2$.

10. Знайти значення виразу: $\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha + 3 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$, якщо $\alpha = 12^\circ$.

11. Обчислити кут при $x = \frac{\pi}{9}$ значення виразу $\frac{\sqrt{3}(\sin x + \sin 3x + \sin 5x)}{\cos x + \cos 3x + \cos 5x}$.

12. Спростити вираз:

$$\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) \cos \alpha - \sin^2(\pi - \alpha) \sin^2 \alpha - \cos^2(\pi - \alpha) \cos^2\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right).$$

13. Знайти $\cos\left(\frac{\pi}{2} + 2\alpha\right)$, якщо відомо, що $\operatorname{ctg}(\alpha - 2\pi) = -\frac{1}{3}$.

14. Обчислити значення виразу $\sin \alpha \left(1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}\right)$, якщо $\alpha = 45^\circ$.

15. Знайти $\sin 4\alpha$, якщо $\sin 2\alpha = -0,6$ і $135^\circ < \alpha < 180^\circ$.

16. Спростити вираз $\sqrt{(a+b)^2 - 4ab} - a + b$, якщо $a = \sqrt{17}$; $b = \sqrt{3}$.

17. Знайти значення виразу $\left(\frac{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \sqrt{ab}\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{a-b}\right)^2$, якщо $a = 2013$; $b = 2012$.

18. Знайти значення виразу $\frac{2x}{x^2 - y^2} - \frac{1}{x+y}$, якщо $x = -3,17$; $y = -1,17$.

19. Знайти значення виразу $\frac{\sqrt{x} + 1}{x\sqrt{x} + x + \sqrt{x}} : \frac{1}{\sqrt{x} - x^2} + x$, якщо $x = 1999$.

20. Знайти значення виразу $\left(\frac{ab}{a-b} + a\right) \left(\frac{ab}{a+b} - a\right) : \frac{a^2 b^2}{b^2 - a^2}$, якщо $a = \sqrt{2}$, $b = \sqrt{8}$.

Структуровані завдання з короткою відповіддю

1. Кількість хлопців, які є випускниками деякої школи відноситься до кількості дівчат, як 6 : 7.

1. Скільки всього випускників у даній школі, якщо їх кількість більша за 110, але менша за 125?

Відповідь: ,

2. Скільки дівчат-випускниць у даній школі?

Відповідь: ,

2. Початкова ціна планшета становила 1800 грн. Під час акції його ціна була зменшена на 20%.

1. Обчисліть ціну планшета під час акції.

Відповідь: ,

2. Скільки відсотків становить початкова ціна планшета від його ціни під час акції?

Відповідь: ,

3. Відомо, що $\frac{3a^2 - 12b^2}{a + 2b} = 15$. Тоді

1. $a - 2b =$

Відповідь: ,

2. $a^3 - 8b^3 - 6ab(a - 2b) =$

Відповідь: ,

4. Відомо, що $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$ і $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Тоді

1. $\sin \alpha =$

Відповідь: ,

2. $\sqrt{2} \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) =$

Відповідь: ,

5. Якщо додатні числа x і y задовольняють умову $\frac{x}{y} = 8$, то:

1. $\frac{3x + y}{y} =$

Відповідь: ,

2. $\log_2 y - \log_2 x =$

Відповідь: ,

Завдання з повним розв'язанням

1. Спростіть вираз: $\left(\frac{1}{a^2 - ab} - \frac{3b^2}{a^4 - ab^3} - \frac{b}{a^3 + a^2b + ab^2}\right)\left(b + \frac{a^2}{a + b}\right)$ та знайдіть його значення, якщо $a = -0,2$; $b = 217$.
2. Доведіть, що при всіх допустимих значеннях змінної значення виразу $\frac{x^3 - xy^2}{x^2 + y^2} \cdot \left(\frac{x}{(x-y)^2} - \frac{y}{x^2 - y^2}\right) + \frac{y}{y-x}$ не залежить від x і y .
3. Спростіть вираз $\left(\frac{\sin 4\alpha}{\sin \alpha} - \frac{\cos 4\alpha}{\cos \alpha}\right)\left(\frac{1}{\sin 3\alpha} + \frac{1}{\sin \alpha}\right)$.
4. Обчисліть значення виразу $\left(\frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{x\sqrt{y} + y\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{x\sqrt{y} - y\sqrt{x}}\right) \cdot \frac{\sqrt{x^3y}}{x+y} - \frac{2y}{x-y}$, якщо $x = 2017$, $y = 2016$.
5. Відомо, що $\lg 5 = a$; $\lg 3 = b$. Знайдіть $\log_{30} 8$.

Комплексні варіанти тестових завдань



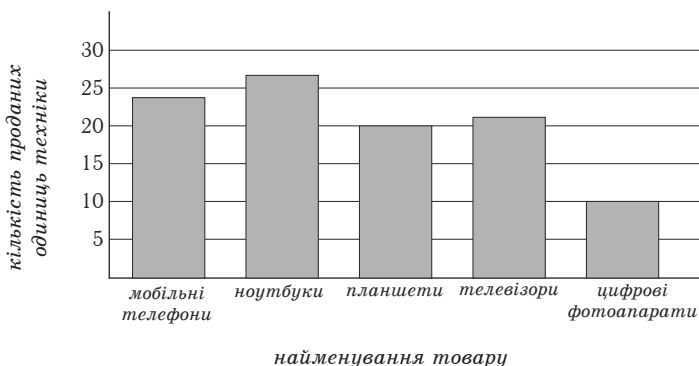
ТРЕНУВАЛЬНИЙ ТЕСТ №1

Завдання 1-20 мають по п'ять варіантів відповіді, серед яких лише **ОДИН ПРАВИЛЬНИЙ**. Виберіть правильний, на Вашу думку, варіант відповіді, позначте його у бланку А згідно з інструкцією. Не робіть інших позначок в бланку А, оскільки комп'ютерна програма реєструватиме їх як помилки!

1. Розташуйте в порядку зростання числа $\frac{2}{9}$; 0,2; 0,22.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{2}{9}$; 0,2; 0,22	0,2; 0,22; $\frac{2}{9}$	0,22; $\frac{2}{9}$; 0,2	0,2; $\frac{2}{9}$; 0,22	$\frac{2}{9}$; 0,22; 0,2

2. Діаграма, зображена на рисунку містить інформацію про кількість проданих одиниць техніки в супермаркеті електроніки протягом тижня.



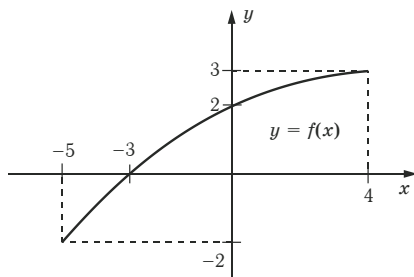
Використовуючи дані діаграми, доберіть таке закінчення речення, щоб утворилося правильне твердження: «Більше, ніж цифрових фотоапаратів, але менше, ніж мобільних телефонів, у цьому супермаркеті продано...»

А	Б	В	Г	Д
і ноутбуків, і телевізорів	лише телевізорів	і ноутбуків, і планшетів	лише планшетів	і планшетів, і телевізорів

3. Точки А, В і С належать прямій, що паралельна прямій m . Скільки існує площин, які паралельні прямій m і проходить через точки А, В, і С?

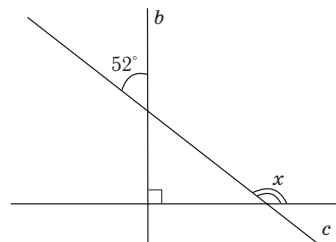
А	Б	В	Г	Д
безліч	лише три	лише дві	лише одна	жодної

4. На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, яка визначена на відрізку $[-5; 4]$. Вкажіть область значень цієї функції.



А	Б	В	Г	Д
$[-5; 4]$	$[-2; 2]$	$[-2; 3]$	$[-3; 4]$	$[-5; -3]$

5. Пряма a перетинає перпендикулярні прямі b і c (див. рисунок). Визначте градусну міру кута x .

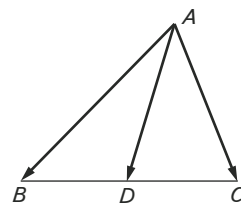


А	Б	В	Г	Д
122°	132°	138°	142°	152°

6. Розв'яжіть рівняння $\frac{3x - 1}{4} = \frac{x + 1}{8}$.

А	Б	В	Г	Д
$-\frac{3}{5}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{3}{5}$	$-\frac{1}{5}$	$\frac{5}{3}$

7. AD – медіана трикутника ABC (див. рисунок). Вкажіть правильну векторну рівність.



А		Б	
$\overline{AD} = \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{AC})$		$\overline{AD} = 2(\overline{AB} + \overline{AC})$	
В	Г	Д	
$\overline{AD} = -\frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{AC})$	$\overline{AD} = \frac{1}{2}(\overline{AB} - \overline{AC})$	$\overline{AD} = \frac{1}{2}(\overline{AC} - \overline{AB})$	

ВІДПОВІДІ



АЛГЕБРА

Розділ І. ЧИСЛА І ВИРАЗИ

Контрольні тести.

№ вправи № теста	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	Б	Г	В	Д	В	В	А	А	Г	Д	-127,75	0,4
2	Г	Г	В	В	Г	Д	Б	В	В	Г	228	-12
3	Г	В	Г	Г	А	Б	В	В	Г	А	-6	20,25
4	Г	Д	Г	В	Г	Б	Г	А	В	В	-1	0,704
5	В	Д	Б	Б	А	Б	Г	А	Б	Г	1,4	-5
6	Г	Г	В	А	Г	Б	Г	Б	Б	Д	3,5	322,5
7	Б	Г	В	В	В	Д	Г	Г	В	А	-0,48	-3,5
8	А	В	Г	Д	А	Д	В	Б	В	В	0,5	135
9	Б	Б	Б	Г	Б	Г	Д	Г	А	Г	890	75

Завдання з вибором однієї правильної відповіді

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Б	В	Г	А	Д	Б	Б	Г	Б	Д	Г	В	Б	Г	Д
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Б	В	Б	В	Г	В	Г	Б	Д	А	Г	Г	В	Д	Б
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
Г	В	В	В	Г	А	Д	Б	В	Б	Г	Г	Б	А	Б
46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
В	Г	Д	В	Б	А	В	Б	В	Б	Д	В	Г	Б	В

Завдання на встановлення відповідностей

1	А	Б	В	Г	Д	2	А	Б	В	Г	Д	3	А	Б	В	Г	Д	4	А	Б	В	Г	Д	5	А	Б	В	Г	Д
1			×			1					×	1		×			1					×	1			×			
2					×	2	×					2					×	2					×	2	×				
3	×					3				×		3				×		3	×					3				×	
4				×		4				×		4			×			4			×			4				×	

Зміст



Передмова.....	3
----------------	---

Алгебра і початки аналізу

Розділ I. ЧИСЛА І ВИРАЗИ	6
--------------------------------	---

§1. РАЦІОНАЛЬНІ ЧИСЛА.....	6
----------------------------	---

1. Натуральні числа	6
---------------------------	---

2. Звичайні дроби.....	6
------------------------	---

3. Десяткові дроби.....	6
-------------------------	---

4. Додатні і від'ємні числа. Модуль числа	7
---	---

5. Цілі числа, раціональні числа, ірраціональні числа	8
---	---

6. Дійсні числа. Співвідношення між числовими множинами	8
---	---

§2. ПРАВИЛА ПОРІВНЯННЯ РАЦІОНАЛЬНИХ ЧИСЕЛ.....	8
--	---

1. Порівняння натуральних чисел.....	8
--------------------------------------	---

2. Порівняння десяткових дробів	8
---------------------------------------	---

3. Порівняння звичайних дробів	8
--------------------------------------	---

4. Порівняння додатних і від'ємних чисел	9
--	---

§3. ПРАВИЛА ОКРУГЛЕННЯ ЦІЛИХ ЧИСЕЛ І ДЕСЯТКОВИХ ДРОБІВ.	9
---	---

1. Правила округлень натуральних чисел	9
--	---

2. Правила округлення десяткових дробів	9
---	---

§4. ПРАВИЛА ДІЙ З РАЦІОНАЛЬНИМИ ЧИСЛАМИ	9
---	---

1. Дії з десятковими дробами	9
------------------------------------	---

2. Дії зі звичайними дробами	11
------------------------------------	----

3. Дії із додатними та від'ємними числами	12
---	----

4. Властивості дій із дійсними числами	13
--	----

<i>Контрольний тест № 1</i>	13
-----------------------------------	----

§5. ПОДІЛЬНІСТЬ НАТУРАЛЬНИХ ЧИСЕЛ.....	15
--	----

1. Дільники і кратні.....	15
---------------------------	----

2. Ознаки подільності на 2; 3; 5; 9; 10.....	15
--	----

3. Прості і складені числа. Розкладання натурального числа на прості множники	15
--	----

4. Найбільший спільний дільник (НСД) і найменше спільне кратне (НСК)	15
---	----

§6. ТОТОЖНІ ВИРАЗИ. ТОТОЖНІСТЬ. ТОТОЖНІ ПЕРЕТВОРЕННЯ ВИРАЗІВ.	16
---	----

1. Тотожні вирази. Тотожність	16
-------------------------------------	----

2. Тотожні перетворення виразів.....	16
--------------------------------------	----

§7. ВІДНОШЕННЯ ТА ПРОПОРЦІЇ.....	17
1. Відношення. Пропорція	17
2. Використання основної властивості пропорції при розв'язуванні рівнянь	18
3. Прямо пропорційна залежність	18
§8. ПЕРЕТВОРЕННЯ ДЕСЯТКОВОГО ДРОБУ У ЗВИЧАЙНИЙ ТА ЗВИЧАЙНОГО У ДЕСЯТКОВИЙ	19
1. Перетворення десяткового дроби у звичайний.....	19
2. Перетворення звичайного дроби у скінченний десятковий.....	19
3. Перетворення звичайного дроби у нескінченний періодичний десятковий дріб	19
4. Десяткове наближення звичайного дроби.	20
<i>Контрольний тест № 2</i>	20
§9. СТЕПІНЬ З НАТУРАЛЬНИМ ПОКАЗНИКОМ.....	22
1. Означення степеня з натуральним показником	22
2. Властивості степеня з натуральним показником	22
§10. ОДНОЧЛЕН	22
1. Означення одночлена	22
2. Множення одночленів	23
3. Піднесення одночлена до степеня	23
§11. МНОГОЧЛЕН	23
1. Означення многочлена	23
2. Додавання і віднімання многочленів.....	23
3. Множення одночлена на многочлен	24
4. Множення многочлена на многочлен	24
§12. ФОРМУЛИ СКОРОЧЕНОГО МНОЖЕННЯ	24
§13. РОЗКЛАДАННЯ МНОГОЧЛЕНІВ НА МНОЖНИКИ.....	25
1. Винесення спільного множника за дужки	25
2. Спосіб групування	25
3. Використання формул скороченого множення	25
<i>Контрольний тест № 3</i>	26
§14. АЛГЕБРАЇЧНИЙ ДРІБ.....	27
1. Означення алгебраїчного дроби.....	27
2. Область допустимих значень змінних.....	27
3. Основна властивість дроби	28
4. Скорочення дроби	28
5. Зведення дроби до нового знаменника.....	28
§15. ПРАВИЛА ВИКОНАННЯ АРИФМЕТИЧНИХ ДІЙ З АЛГЕБРАЇЧНИМИ ДРОБАМИ	28
1. Додавання і віднімання дробів з однаковими знаменниками	28
2. Додавання і віднімання дробів з різними знаменниками.....	29
3. Множення дробів	29

4. Піднесення дробу до степеня.....	29
5. Ділення дробів	30
§16. ТОТОЖНІ ПЕРЕТВОРЕННЯ РАЦІОНАЛЬНИХ ВИРАЗІВ.....	30
§17. СТЕПІНЬ З ЦІЛИМ ПОКАЗНИКОМ	31
1. Означення степеня з цілим показником	31
2. Властивості степеня з цілим показником	32
<i>Контрольний тест № 4</i>	32
§18. КВАДРАТНІ КОРЕНІ. АРИФМЕТИЧНИЙ КВАДРАТНИЙ КОРІНЬ	34
1. Означення квадратного кореня.....	34
2. Означення арифметичного квадратного кореня	34
3. Властивості арифметичного квадратного кореня	34
4. Дії з арифметичними квадратичними коренями.....	35
§19. ТОТОЖНІ ПЕРЕТВОРЕННЯ ВИРАЗІВ, ЩО МІСТЯТЬ КВАДРАТНІ КОРЕНІ.....	36
1. Винесення множника з-під знака кореня	36
2. Внесення множника під знак кореня	36
3. Скорочення дробів	36
4. Звільнення дробу від ірраціональності в знаменнику дробу.....	37
§20. КОРІНЬ n -ГО СТЕПЕНЯ. АРИФМЕТИЧНИЙ КОРІНЬ n -ГО СТЕПЕНЯ.....	37
1. Означення кореня n -го степеня.	37
2. Означення арифметичного кореня n -го степеня.....	37
3. Властивості арифметичного кореня n -го степеня.....	38
4. Дії з арифметичними коренями n -го степеня.....	39
§21. ТОТОЖНІ ПЕРЕТВОРЕННЯ ВИРАЗІВ, ЩО МІСТЯТЬ АРИФМЕТИЧНІ КОРЕНІ n -ГО СТЕПЕНЯ.....	39
1. Винесення множника з-під знака кореня.	39
2. Внесення множника під знак кореня.....	39
3. Скорочення дробів.....	40
4. Звільнення від ірраціональності в знаменнику дробу.....	40
<i>Контрольний тест № 5</i>	40
§22. ПОРІВНЯННЯ ДІЙСНИХ ЧИСЕЛ	42
1. Порівняння ірраціональних чисел.....	42
2. Загальне правило порівняння двох дійсних чисел	42
§23. ЧИСЛОВІ ПРОМІЖКИ.....	43
1. Означення, зображення та позначення числового проміжку	43
2. Переріз та об'єднання числових проміжків	44
§24. СТЕПІНЬ З РАЦІОНАЛЬНИМ ПОКАЗНИКОМ	44
1. Означення степеня з раціональним показником.....	44
2. Властивості степеня з раціональним показником	45
3. Перетворення виразів, які містять степінь з раціональним показником.....	45

§25. ВІДСОТКИ	46
1. Означення відсотка.....	46
2. Знаходження відсотка від числа.....	46
3. Знаходження числа за значенням його відсотка.....	46
4. Відсоткове відношення двох чисел	46
5. Формула складних відсотків.....	47
<i>Контрольний тест № 6</i>	47
§26. ОЗНАЧЕННЯ СИНУСА, КОСИНУСА, ТАНГЕНСА і КОТАНГЕНСА ЧИСЛОВОГО АРГУМЕНТУ	49
1. Градусна та радіанна міра кута	49
2. Одиничне коло	50
3. Кут довільної величини.....	50
4. Тригонометричні функції кута і числового аргумента.....	51
5. Тригонометричні функції деяких кутів.....	52
§27. ВЛАСТИВОСТІ ТРИГОНОМЕТРИЧНИХ ФУНКЦІЙ	53
1. Область визначення	53
2. Область значень	53
3. Знаки тригонометричних функцій у чвертях	54
4. Парність і непарність тригонометричних функцій.....	55
5. Періодичність тригонометричних функцій	55
§28. СПІВВІДНОШЕННЯ МІЖ ТРИГОНОМЕТРИЧНИМИ ФУНКЦІЯМИ ОДНОГО Й ТОГО САМОГО АРГУМЕНТУ.....	56
1. Тотожності, що пов'язують тригонометричні функції одного й того самого аргументу.....	56
2. Використання співвідношень між тригонометричними функціями одного й того самого аргументу для обчислень.....	56
3. Використання співвідношень між тригонометричними функціями одного й того самого аргументу для тотожних перетворень виразів	57
<i>Контрольний тест № 7</i>	57
§29. ФОРМУЛИ ЗВЕДЕННЯ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ	59
1. Формули зведення.....	59
2. Застосування формул зведення для обчислень	60
3. Застосування формул зведення для тотожних перетворень виразів	60
§30. ФОРМУЛИ ДОДАВАННЯ ТА НАСЛІДКИ З НИХ	61
1. Формули додавання	61
2. Формули подвійного і потрійного кута.....	62
3. Формули пониження степеня.....	63
4. Формули половинного кута	64
5. Формули перетворення суми і різниці однойменних тригонометричних функцій у добуток.....	64
<i>Контрольний тест № 8</i>	65

§31. ЛОГАРИФМ.	67
1. Означення логарифма.	67
2. Десятковий і натуральний логарифми.	67
3. Властивості логарифмів.	68
4. Тотожні перетворення виразів, що містять логарифми.	69
<i>Контрольний тест № 9</i>	71
ЗРАЗКИ ТЕСТОВИХ ЗАВДАНЬ	73

Розділ II. РІВНЯННЯ І НЕРІВНОСТІ

§1. РІВНЯННЯ З ОДНІЄЮ ЗМІННОЮ.	86
1. Означення рівняння з однією змінною.	86
2. Корінь (розв'язок) рівняння з однією змінною.	86
3. Рівносильні рівняння.	86
4. Властивості рівнянь.	86
§2. ЛІНІЙНІ РІВНЯННЯ, РІВНЯННЯ, ЩО ЗВОДЯТЬСЯ ДО ЛІНІЙНИХ	87
1. Лінійне рівняння.	87
2. Рівняння, що зводяться до лінійних.	87
§3. РІВНЯННЯ З ДВОМА ЗМІННИМИ. СИСТЕМИ РІВНЯНЬ З ДВОМА ЗМІННИМИ.	88
1. Рівняння з двома змінними.	88
2. Розв'язок рівняння з двома змінними.	88
3. Рівносильні рівняння з двома змінними.	88
4. Системи рівнянь з двома змінними.	88
5. Означення рівносильних систем.	89
§4. МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ СИСТЕМ ЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ.	89
1. Лінійне рівняння з двома змінними.	89
2. Графік лінійного рівняння з двома змінними.	89
3. Графічний спосіб розв'язування систем.	90
4. Розв'язування систем двох лінійних рівнянь з двома змінними способом підстановки.	90
5. Розв'язування системи двох лінійних рівнянь з двома змінними способом додавання	91
<i>Контрольний тест № 1</i>	92
§5. КВАДРАТНІ РІВНЯННЯ.	93
1. Означення квадратного рівняння.	93
2. Неповне квадратне рівняння.	93
3. Формули коренів квадратного рівняння.	94
§6. ТЕОРЕМА ВІЄТА.	95
§7. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ РІВНЯНЬ, ЩО ЗВОДЯТЬСЯ ДО КВАДРАТНИХ.	96
1. Дробові раціональні рівняння.	96

2. Метод розкладання многочлена на множники.	98
3. Бікватратні рівняння.	98
4. Метод заміни змінних.	98
<i>Контрольний тест № 2</i>	99
§8. КВАДРАТНИЙ ТРИЧЛЕН.	101
1. Означення квадратного тричлена.	101
2. Розкладання квадратного тричлена на лінійні множники.	101
§9. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ СИСТЕМ РІВНЯНЬ ДРУГОГО СТЕПЕНЯ З ДВОМА ЗМІННИМИ.	102
1. Спосіб підстановки.	102
2. Спосіб додавання.	102
3. Заміна змінних.	103
§10. ЗАСТОСУВАННЯ РІВНЯНЬ ДО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ТЕКСТОВИХ ЗАДАЧ.	104
1. Загальна схема.	104
2. Розв'язування текстових задач за допомогою лінійних рівнянь.	104
3. Розв'язування текстових задач за допомогою квадратних рівнянь.	104
4. Задачі на рух, що зводяться до дробових раціональних рівнянь.	105
5. Задачі на роботу, що зводяться до дробових раціональних рівнянь.	106
§11. ЗАСТОСУВАННЯ СИСТЕМ РІВНЯНЬ ДО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ТЕКСТОВИХ ЗАДАЧ.	107
1. Загальна схема.	107
2. Розв'язування текстових задач за допомогою системи лінійних рівнянь.	107
3. Розв'язування текстових задач за допомогою систем рівнянь другого степеня.	107
<i>Контрольний тест № 3</i>	108
§12. НЕРІВНОСТІ.	110
1. Означення нерівності з однією змінною.	110
2. Розв'язок нерівності з однією змінною.	110
3. Рівносильні нерівності.	110
4. Властивості нерівностей з однією змінною.	110
§13. ЛІНІЙНІ НЕРІВНОСТІ З ОДНІЄЮ ЗМІННОЮ.	110
1. Розв'язування лінійних нерівностей.	110
2. Розв'язування нерівностей, що зводяться до лінійних.	111
§14. СИСТЕМИ НЕРІВНОСТЕЙ З ОДНІЄЮ ЗМІННОЮ ТА ЇХ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ.	111
1. Система нерівностей з однією змінною.	111

2.	Загальна схема розв'язування систем нерівностей.....	112
3.	Розв'язування систем лінійних нерівностей.....	112
§15.	КВАДРАТНА НЕРІВНІСТЬ.....	113
1.	Означення квадратної нерівності.....	113
2.	Розв'язування квадратної нерівності.....	113
§16.	МЕТОД ІНТЕРВАЛІВ.....	115
§17.	РІВНЯННЯ, ЩО МІСТЯТЬ ЗМІННУ ПІД ЗНАКОМ МОДУЛЯ.....	116
1.	Рівняння виду $ f(x) = a$ де a – число.....	116
2.	Рівняння виду $ f(x) = g(x)$	117
3.	Рівняння виду $ f(x) = g(x) $	117
4.	Рівняння, що містять декілька знаків модуля.....	117
§18.	НЕРІВНОСТІ, ЩО МІСТЯТЬ ЗМІННУ ПІД ЗНАКОМ МОДУЛЯ.....	119
1.	Нерівності виду $ f(x) > a$ та $ f(x) \geq a$, a – число.....	119
2.	Нерівності виду $ f(x) < a$ та $ f(x) \leq a$, a – число.....	119
3.	Загальний підхід до розв'язування нерівностей, що містять знак модуля.....	120
	<i>Контрольний тест № 4</i>	121
§19.	ІРАЦІОНАЛЬНІ РІВНЯННЯ.....	122
1.	Рівняння $\sqrt[n]{f(x)} = a$, a – число.....	122
2.	Рівняння виду $\sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{g(x)}$	123
3.	Рівняння виду $\sqrt[n]{f(x)} = g(x)$	123
4.	Розв'язування ірраціональних рівнянь, що містять кілька квадратних коренів.....	124
5.	Заміна змінних у ірраціональному рівнянні.....	126
§20.	СИСТЕМИ, ЩО МІСТЯТЬ ІРАЦІОНАЛЬНІ РІВНЯННЯ.....	126
§21.	ІРАЦІОНАЛЬНІ НЕРІВНОСТІ.....	127
1.	Найпростіші ірраціональні нерівності.....	127
2.	Нерівності виду $\sqrt[n]{f(x)} > \sqrt[n]{g(x)}$, $\sqrt[n]{f(x)} \geq \sqrt[n]{g(x)}$	128
3.	Нерівності виду $\sqrt{f(x)} < g(x)$, $\sqrt{f(x)} \leq g(x)$	129
4.	Нерівності виду $\sqrt{f(x)} > g(x)$, $\sqrt{f(x)} \geq g(x)$	130
5.	Розв'язування ірраціональних нерівностей, що містять декілька квадратних коренів.....	130
	<i>Контрольний тест № 5</i>	131

§22. АРКСИНУС, АРКОСИНУС, АРКТАНГЕНС І АРККОТАНГЕНС ЧИСЛА.	133
1. Арксинус і арккосинус числа.....	133
2. Арктангенс і арккотангенс	134
§23. НАЙПРОСТІШІ ТРИГОНОМЕТРИЧНІ РІВНЯННЯ.	134
1. Рівняння $\sin t = a$	134
2. Рівняння $\cos t = a$	136
3. Рівняння $\operatorname{tg} t = a$	137
4. Рівняння $\operatorname{ctg} t = a$	137
5. Тригонометричні рівняння, які зводяться до найпростіших.	138
§24. МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ТРИГОНОМЕТРИЧНИХ РІВНЯНЬ...138	
1. Заміна змінних у тригонометричних рівняннях.....	138
2. Зведення тригонометричного рівняння до однієї функції одного аргументу	139
3. Метод розкладання на множники.....	140
4. Однорідні тригонометричні рівняння та рівняння, що зводяться до однорідних.....	141
5. Рівняння виду $a \sin x + b \cos x = c$	142
§25. СИСТЕМИ, ЦО МІСТЯТЬ ТРИГОНОМЕТРИЧНІ РІВНЯННЯ.	143
§26. НАЙПРОСТІШІ ТРИГОНОМЕТРИЧНІ НЕРІВНОСТІ.	144
<i>Контрольний тест № 6</i>	148
§27. ПОКАЗНИКОВІ РІВНЯННЯ.	150
1. Рівняння $a^x = b$, де $a > 0$, $a \neq 1$	150
2. Рівняння $a^{f(x)} = a^{g(x)}$, де $a > 0$, $a \neq 1$	151
3. Зведення показникових рівнянь до найпростіших способом винесення спільного множника за дужки.	151
4. Рівняння виду $a^{f(x)} = b^{f(x)}$, де $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$, $b \neq 1$, $a \neq b$	151
5. Заміна змінних у показникових рівняннях	152
6. Однорідні показникові рівняння	152
§28. ПОКАЗНИКОВІ НЕРІВНОСТІ.	153
1. Нерівності виду $a^x \geq b$, $a^x > b$, $a^x \leq b$, $a^x < b$, де $a > 0$, $a \neq 1$	153
2. Нерівності виду $a^{f(x)} \geq a^{g(x)}$, $a^{f(x)} > a^{g(x)}$, де $a > 0$, $a \neq 1$	154
3. Розв'язування складніших показникових нерівностей.....	154
§29. ЛОГАРИФМІЧНІ РІВНЯННЯ	155
1. Рівняння виду $\log_a x = b$	155
2. Рівняння виду $\log_a f(x) = \log_a g(x)$	156
3. Рівняння виду $\log_a f(x) = g(x)$	156
4. Рівняння, які зводяться до найпростіших за допомогою формул логарифмування	156
5. Заміна змінних у логарифмічних рівняннях.....	157

§30. ЛОГАРИФМІЧНІ НЕРІВНОСТІ.	158
1. Нерівності виду $\log_a x \geq b$, $\log_a x > b$, $\log_a x \leq b$, $\log_a x < b$	158
2. Нерівності виду $\log_a f(x) \geq \log_a g(x)$, $\log_a f(x) > \log_a g(x)$	158
3. Розв'язування складніших логарифмічних нерівностей	159
§31. СИСТЕМИ, ЩО МІСТЯТЬ ПОКАЗНИКОВІ І ЛОГАРИФМІЧНІ РІВНЯННЯ.	160
<i>Контрольний тест № 7</i>	162
§32. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ РІВНЯНЬ, НЕРІВНОСТЕЙ ТА СИСТЕМ З ПАРАМЕТРАМИ.....	164
1. Розв'язування рівнянь із параметрами.....	164
2. Розв'язування нерівностей з параметрами.....	165
3. Розв'язування систем з параметром.....	166
§33. ЗАСТОСУВАННЯ ВЛАСТИВОСТЕЙ ФУНКЦІЙ ДО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ РІВНЯНЬ ТА НЕРІВНОСТЕЙ.	167
1. Використання ОДЗ рівняння або нерівності, яка є порожньою множиною або скінченною множиною.	167
2. Оцінювання лівої і правої частини рівняння або нерівності....	168
3. Використання монотонності функції при розв'язуванні рівняння.	168
§34. ВИКОРИСТАННЯ ГРАФІЧНОГО МЕТОДУ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ І ДОСЛІДЖЕННЯ РІВНЯНЬ, НЕРІВНОСТЕЙ ТА СИСТЕМ.	169
1. Використання графічного методу розв'язування і дослідження рівнянь.....	169
2. Використання графічного методу розв'язування і дослідження нерівностей.	170
3. Використання графічного методу розв'язування і дослідження системи рівнянь.	171
<i>Контрольний тест № 8</i>	172
ЗРАЗКИ ТЕСТОВИХ ЗАВДАНЬ	174
Розділ III. ФУНКЦІЯ	188
§1. ОСНОВНІ ВІДОМОСТІ ПРО ФУНКЦІЮ.....	188
1. Означення функції.....	188
2. Область визначення функції.	188
3. Область значень функції.	189
4. Табличний спосіб задання функції.	189
5. Графік функції. Графічний спосіб задання функції.	189
6. Нулі функції.....	190
7. Проміжки зростання та спадання функції. Точки максимуму і точки мінімуму функції. Максимуми і мінімуми функції.	190
§2. ОБЕРНЕНА ФУНКЦІЯ.....	191
§3. ПАРНІСТЬ І НЕПАРНІСТЬ ФУНКЦІЙ.....	192

§4. ЛІНІЙНА ФУНКЦІЯ.....	193
1. Означення та графік лінійної функції.....	193
2. Пряма пропорційність.....	194
3. Властивості лінійної функції.	195
<i>Контрольний тест № 1</i>	195
§5. ФУНКЦІЇ $y = \frac{k}{x}$; $y = x^2$; $y = \sqrt{x}$, ЇХ ГРАФІКИ ТА ВЛАСТИВОСТІ.....	197
1. Функція $y = \frac{k}{x}$, її графік.....	197
2. Функція $y = x^2$, її графік.....	198
3. Функція $y = \sqrt{x}$, її графік функції.....	198
4. Властивості функції $y = \frac{k}{x}$; $y = x^2$; $y = \sqrt{x}$	199
§6. ФУНКЦІЯ $y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$, ЇЇ ГРАФІК ТА ВЛАСТИВОСТІ.....	200
1. Означення квадратичної функції, її графік	200
2. Властивості функції $y = ax^2 + bx + c$	201
§7. СТЕПЕНЕВА ФУНКЦІЯ, ЇЇ ГРАФІК І ВЛАСТИВОСТІ.....	201
1. Означення степеневі функції.....	201
2. Функція $y = x^\alpha$, α – натуральне число	201
3. Функція $y = x^\alpha$, якщо $\alpha = 0$	202
4. Функція $y = x^\alpha$, α – ціле від’ємне число.	202
5. Функція $y = x^\alpha$, α – не ціле додатне число	202
6. Функція $y = x^\alpha$, α – не ціле від’ємне число.....	203
7. Властивості степеневі функції	204
<i>Контрольний тест № 2</i>	205
§8. ПЕРІОДИЧНІСТЬ ФУНКЦІЇ.....	207
1. Означення періодичної функції.....	207
2. Найменший додатний період тригонометричних функцій.	207
§9. ТРИГОНОМЕТРИЧНІ ФУНКЦІЇ, ЇХ ГРАФІКИ ТА ВЛАСТИВОСТІ.....	208
1. Функція $y = \sin x$, її графік.....	208
2. Функція $y = \cos x$, її графік	209
3. Функція $y = \operatorname{tg} x$, її графік.....	209
4. Функція $y = \operatorname{ctg} x$, її графік	210
5. Властивості тригонометричних функцій.....	211
§10. ПОКАЗНИКОВА ФУНКЦІЯ, ЇЇ ГРАФІК І ВЛАСТИВОСТІ.....	212
1. Означення показникової функції.....	212
2. Графік показникової функції.....	212
3. Властивості показникової функції.....	213

§11. ЛОГАРИФМІЧНА ФУНКЦІЯ, ЇЇ ГРАФІК ТА ВЛАСТИВОСТІ.	213
1. Означення логарифмічної функції.	213
2. Графік логарифмічної функції.	213
3. Властивості логарифмічної функції.	215
§12. ПОБУДОВА ГРАФІКІВ ФУНКЦІЙ ЗА ДОПОМОГОЮ ГЕОМЕТРИЧНИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ ВІДОМИХ ГРАФІКІВ ФУНКЦІЙ.....	215
1. $f(x) \rightarrow f(x) + n$	215
2. $f(x) \rightarrow f(x + m)$	216
3. $f(x) \rightarrow -f(x)$	216
4. $f(x) \rightarrow kf(x)$, де $k > 0$, $k \neq 1$	216
5. Послідовне використання декількох перетворень послідовно для побудови графіка функцій.	217
<i>Контрольний тест № 3</i>	218
§13. ЧИСЛОВІ ПОСЛІДОВНОСТІ.....	221
1. Означення числової послідовності. Члени числової послідовності	221
2. Числові послідовності, що задані формулою.	221
3. Числові послідовності, що задані переліком її членів.	221
4. Задання числових послідовностей описом її членів.	221
5. Числові послідовності, що задані таблицями	222
6. Числові послідовності, що задані рекурентно.	222
§14. АРИФМЕТИЧНА ПРОГРЕСІЯ.....	222
1. Означення арифметичної прогресії.	222
2. Формула n -го члена арифметичної прогресії.	223
3. Властивості арифметичної прогресії.	223
4. Сума n перших членів арифметичної прогресії.	224
§15. ГЕОМЕТРИЧНА ПРОГРЕСІЯ.	225
1. Означення геометричної прогресії.	225
2. Формула n -го члена геометричної прогресії.	226
3. Властивості геометричної прогресії.....	226
4. Сума n перших членів геометричної прогресії.	226
§16. НЕСКІНЧЕННА ГЕОМЕТРИЧНА ПРОГРЕСІЯ ЗІ ЗНАМЕННИКОМ $ q < 1$ ТА ЇЇ СУМА.	227
1. Сума нескінченної геометричної прогресії зі знаменником $ q < 1$	227
2. Перетворення нескінченних десяткових періодичних дробів у звичайні	228
§17. ПОХІДНА ФУНКЦІЇ.	231
1. Означення похідної функції в точці.....	231

2.	Таблиця похідних елементарних функцій.	231
3.	Правила знаходження похідної суми, різниці, добутку, частки двох функцій.	232
4.	Знаходження числового значення похідної функції в точці для заданого значення аргументу.	233
5.	Похідна складеної функції.	234
§18.	ГЕОМЕТРИЧНИЙ ТА ФІЗИЧНИЙ ЗМІСТ ПОХІДНОЇ.....	235
1.	Геометричний зміст похідної.	235
2.	Рівняння дотичної до графіка функції.	236
3.	Фізичний зміст похідної.	237
§19.	ЗНАХОДЖЕННЯ ПРОМІЖКІВ МОНОТОННОСТІ ТА ЕКСТРЕМУМІВ ФУНКЦІЇ ЗА ДОПОМОГОЮ ПОХІДНОЇ.	237
1.	Достатня умова зростання (спадання) функції на проміжку. Знаходження проміжків монотонності функції.	237
2.	Знаходження точок екстремуму та екстремумів функції.	239
§20.	ЗАСТОСУВАННЯ ПОХІДНОЇ ДО ДОСЛІДЖЕННЯ ФУНКЦІЇ ТА ПОБУДОВИ ЇХНІХ ГРАФІКІВ	241
§21.	ЗНАХОДЖЕННЯ НАЙБІЛЬШОГО І НАЙМЕНШОГО ЗНАЧЕННЯ ФУНКЦІЇ ТА ВІДРІЗКУ. ПРИКЛАДНІ ЗАДАЧІ НА ЗНАХОДЖЕННЯ НАЙБІЛЬШОГО І НАЙМЕНШОГО ЗНАЧЕНЬ. .	244
1.	Знаходження найбільшого і найменшого значення функції на відрізку.	244
2.	Прикладні задачі на знаходження найбільшого або (і) найменшого значення деякої величини.	245
§22.	ПЕРВІСНА. ТАБЛИЦЯ ПЕРВІСНИХ. ПРАВИЛА ЗНАХОДЖЕННЯ ПЕРВІСНИХ.....	248
1.	Означення первісної.	248
2.	Основна властивість первісних.	249
3.	Таблиця первісних.	249
4.	Правила знаходження первісних.	250
§23.	ВИЗНАЧЕНИЙ ІНТЕГРАЛ. ФОРМУЛА НЬЮТОНА-ЛЕЙБНІЦА.	252
§24.	ЗАСТОСУВАННЯ ВИЗНАЧЕНОГО ІНТЕГРАЛА ДО ОБЧИСЛЕННЯ ПЛОЩ КРИВОЛІНІЙНИХ ТРАПЕЦІЙ, ПЛОЩ ПЛОСКИХ ФІГУР ТА ДО ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧ.	253
1.	Означення криволінійної трапеції та знаходження її площі. ..	253
2.	Обчислення площ плоских фігур.	254
3.	Обчислення об'єму тіла обертання.	255
4.	Переміщення матеріальної точки, що рухається прямолінійно.	256
5.	Робота сили, що діє на матеріальну точку.	256
	<i>Контрольний тест № 6</i>	257
	ЗРАЗКИ ТЕСТОВИХ ЗАВДАНЬ.	259

Розділ IV. ЕЛЕМЕНТИ КОМБІНАТОРИКИ, ПОЧАТКИ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ ТА ЕЛЕМЕНТИ СТАТИСТИКИ.....	276
§1. ЕЛЕМЕНТИ КОМБІНАТОРИКИ.....	276
1. Правило суми і правило добутку.....	276
2. Поняття факторіалу.....	277
3. Розміщення.....	277
4. Перестановки.....	278
5. Комбінації (сполучення).....	279
§2. ЙМОВІРНІСТЬ ВИПАДКОВОЇ ПОДІЇ.....	280
1. Випадковий дослід і випадкова подія.....	280
2. Вірогідна подія та неможлива подія.....	280
3. Класичне означення ймовірності випадкової події.....	280
4. Розв'язування задач на підрахунок ймовірностей за допомогою формул комбінаторики.....	281
§3. ЕЛЕМЕНТИ СТАТИСТИКИ.....	282
1. Генеральна сукупність та вибірка.....	282
3. Систематизація і ранжування вибірки.....	282
4. Вибіркові характеристики.....	283
5. Графічна форма подання статистичної інформації.....	284
ЗРАЗКИ ТЕСТОВИХ ЗАВДАНЬ.....	285

Геометрія

Розділ I. ПЛАНІМЕТРІЯ.....	292
§1. НАЙПРОСТІШІ ГЕОМЕТРИЧНІ ФІГУРИ НА ПЛОЩИНІ ТА ЇХ ВЛАСТИВОСТІ.....	292
1. Точка і пряма.....	292
2. Промінь.....	293
3. Відрізок.....	293
4. Ламана.....	294
5. Кут.....	294
6. Бісектриса кута.....	295
§2. АКСІОМИ ПЛАНІМЕТРІЇ.....	295
§3. СУМІЖНІ ТА ВЕРТИКАЛЬНІ КУТИ.....	296
1. Суміжні кути, їх властивості.....	296
2. Вертикальні кути, їх властивості.....	296
3. Кут між прямими.....	297
§4. ПЕРПЕНДИКУЛЯРНІ ПРЯМІ. ПЕРПЕНДИКУЛЯР І ПОХИЛА, СЕРЕДИННИЙ ПЕРПЕНДИКУЛЯР.....	297
1. Перпендикулярні прямі.....	297
2. Перпендикуляр і похила, відстань від точки до прямої.....	297
3. Серединний перпендикуляр.....	298

§5. ПАРАЛЕЛЬНІ ПРЯМІ. ОЗНАКИ ТА ВЛАСТИВОСТІ ПАРАЛЕЛЬНИХ ПРІМИХ.....	299
1. Паралельні прямі.	299
2. Кути, утворені при перетині двох прямих січною.	299
3. Ознаки паралельності прямих.	299
4. Властивості паралельних прямих.	300
<i>Контрольний тест № 1</i>	301
§6. ТЕОРЕМА ФАЛЕСА, УЗАГАЛЬНЕНА ТЕОРЕМА ФАЛЕСА.....	303
1. Теорема Фалеса.	303
2. Узагальнена теорема Фалеса.	304
§7. КОЛО. КРУГ.	304
1. Коло, його елементи.	304
2. Круг, його елементи.	306
3. Центральні та вписані кути.	306
4. Властивість двох хорд, що перетинаються.	307
5. Дотична до кола та її властивості.	308
6. Взаємне розміщення двох кіл.	309
7. Довжина кола. Довжина дуги кола.	311
§8. ТРИКУТНИКИ.	312
1. Трикутник і його основні елементи.	312
2. Види трикутників.....	312
3. Ознаки рівності трикутників.	313
§9. МЕДІАНА, БІСЕКТРИСА, ВИСОТА ТРИКУТНИКА ТА ЇХ ВЛАСТИВОСТІ.....	315
1. Медіана трикутника.	315
2. Бісектриси трикутника.	316
3. Висоти трикутника.	317
4. Властивість медіани рівнобедреного трикутника.	318
<i>Контрольний тест № 2</i>	319
§10. СУМА КУТІВ ТРИКУТНИКА.....	321
§11. ЗОВНІШНІЙ КУТ ТРИКУТНИКА	322
§12. НЕРІВНІСТЬ ТРИКУТНИКА	323
§13. СЕРЕДНЯ ЛІНІЯ ТРИКУТНИКА ТА ЇЇ ВЛАСТИВОСТІ.	323
§14. КОЛО, ОПИСАНЕ НАВКОЛО ТРИКУТНИКА. КОЛО, ВПИСАНЕ В ТРИКУТНИК.....	324
1. Коло, описане навколо трикутника.	324
2. Коло, вписане у трикутник.....	325
<i>Контрольний тест № 3</i>	326
§15. ПРЯМОКУТНИЙ ТРИКУТНИК.....	328
1. Основні елементи та властивості прямокутного трикутника. ..	328
2. Теорема Піфагора.	329

3.	Пропорційні відрізки у прямокутному трикутнику.	330
4.	Співвідношення між сторонами і кутами прямокутного трикутника.	331
§16.	ТЕОРЕМА КОСИНУСІВ. ТЕОРЕМА СИНУСІВ.	332
1.	Теорема косинусів.	332
2.	Теорема синусів.	334
3.	Узагальнена теорема синусів.	335
	<i>Контрольний тест № 4</i>	335
§17.	ЧОТИРИКУТНИК ТА ЙОГО ЕЛЕМЕНТИ.	337
§18.	ПАРАЛЕЛОГРАМ, ЙОГО ВЛАСТИВОСТІ.	
	ОЗНАКИ ПАРАЛЕЛОГРАМА.	338
1.	Означення паралелограма та його властивості.	338
2.	Ознаки паралелограма.	340
§19.	ПРЯМОКУТНИК, ЙОГО ВЛАСТИВОСТІ.	
	ОЗНАКИ ПРЯМОКУТНИКА.	340
1.	Означення прямокутника та його властивості.	340
2.	Ознаки прямокутника.	341
§20.	РОМБ, ЙОГО ВЛАСТИВОСТІ. ОЗНАКИ РОМБА.	342
1.	Означення ромба та його властивості.	342
2.	Ознаки ромба.	343
§21.	КВАДРАТ, ЙОГО ВЛАСТИВОСТІ. ОЗНАКИ КВАДРАТА.	343
1.	Означення квадрата та його властивості.	343
2.	Ознаки квадрата.	344
	<i>Контрольний тест № 5</i>	345
§22.	ТРАПЕЦІЯ, ЇЇ ВЛАСТИВОСТІ ТА ВИДИ.	
	СЕРЕДНЯ ЛІНІЯ ТРАПЕЦІЇ.	347
1.	Означення трапеції, її властивість.	347
2.	Види трапеції.	347
3.	Середня лінія трапеції, її властивості.	349
§23.	ВПИСАНІ У КОЛО ТА ОПИСАНІ НАВКОЛО КОЛА	
	ЧОТИРИКУТНИКИ.	350
1.	Чотирикутник, вписаний у коло.	350
2.	Чотирикутник, описаний навколо кола.	351
§24.	МНОГОКУТНИК.	351
1.	Многокутник та його елементи.	351
2.	Опуклий многокутник. Сума кутів описаного многокутника.	353
3.	Вписані в коло та описані навколо кола многокутники.	353
§25.	ПРАВИЛЬНИЙ МНОГОКУТНИК.	354
1.	Означення правильного многокутника.	354
2.	Вписані у коло та описані навколо кола правильні многокутники.	355
	<i>Контрольний тест № 6</i>	356

§26. ФОРМУЛИ ДЛЯ ОБЧИСЛЕННЯ ПЛОЩ.	357
1. Формули для обчислення площі трикутника.	357
2. Формули для обчислення площі паралелограма.	358
3. Формули для обчислення площі ромба.	360
4. Формули для обчислення площі прямокутника і квадрата.	361
5. Формули для обчислення площі трапеції.	362
6. Формули для обчислення площі правильного многокутника.	363
7. Формули для обчислення площі круга та кругового сектора.	364
§27. ПРЯМОКУТНА СИСТЕМА КООРДИНАТ НА ПЛОЩИНІ. НАЙПРОСТІШІ ЗАДАЧІ.	365
1. Прямокутна система координат на площині, координати точки.	365
2. Формули для обчислення координат середини відрізка.	366
3. Формула для обчислення відстані між двома точками із заданими координатами.	367
§28. РІВНЯННЯ КОЛА ТА ПРЯМОЇ.	367
1. Рівняння фігури на площині.	367
2. Рівняння кола.	368
3. Рівняння прямої.	368
<i>Контрольний тест № 7</i>	370
§29. ВЕКТОР.	372
1. Поняття вектора.	372
2. Колінеарні вектори. Рівні вектори.	372
3. Додавання і віднімання векторів.	373
4. Множення вектора на число.	374
§30. КООРДИНАТИ ВЕКТОРА. ДІЇ З ВЕКТОРАМИ, ЩО ЗАДАНІ КООРДИНАТАМИ.	375
1. Координати вектора.	375
2. Сума та різниця векторів, що задані координатами.	376
3. Множення вектора, що задано координатами, на число. Умова колінеарності векторів.	376
4. Розкладання вектора за двома неколінеарними векторами.	377
§31. СКАЛЯРНИЙ ДОБУТОК ВЕКТОРІВ ТА ЙОГО ВЛАСТИВОСТІ.	378
1. Скалярний добуток векторів.	378
2. Формула для знаходження кута між векторами, що задані координатами.	379
3. Умова перпендикулярності векторів, що задані координатами.	379
4. Скалярний квадрат вектора.	380
§32. ГЕОМЕТРИЧНІ ПЕРЕТВОРЕННЯ. ПЕРЕМІЩЕННЯ ТА ЙОГО ВЛАСТИВОСТІ.	380
1. Геометричні перетворення фігур.	380
2. Переміщення (рух) та його властивості.	380

3.	Симетрія відносно точки.	381
4.	Симетрія відносно прямої.	382
5.	Поворот.	382
6.	Паралельне перенесення.	383
§33.	ПЕРЕТВОРЕННЯ ПОДІБНОСТІ. ГОМОТЕТІЯ.	384
1.	Перетворення подібності.	384
2.	Подібні фігури.	384
3.	Ознаки подібності трикутників.	385
4.	Гомотетія.	387
5.	Відношення площ подібних фігур.	388
	<i>Контрольний тест № 8</i>	389
	ЗРАЗКИ ТЕСТОВИХ ЗАВДАНЬ.	391
	Розділ II. СТЕРЕОМЕТРІЯ 408	
§1.	ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ СТЕРЕОМЕТРІЇ.	
	АКСІОМИ СТЕРЕОМЕТРІЇ ТА НАСЛІДКИ З НИХ.	408
1.	Основні поняття стереометрії.	408
2.	Аксіоми стереометрії.	408
3.	Найпростіші наслідки з аксіом стереометрії.	409
§2.	ВЗАЄМНЕ РОЗМІЩЕННЯ ПРЯМИХ У ПРОСТОРИ.	410
1.	Прямі у просторі.	410
2.	Паралельність прямих у просторі.	411
3.	Мимобіжні прямі.	412
§3.	ВЗАЄМНЕ РОЗМІЩЕННЯ ПРЯМОЇ І ПЛОЩИНИ.	413
1.	Розміщення прямої і площини у просторі.	413
2.	Паралельність прямої і площини.	413
§4.	ВЗАЄМНЕ РОЗМІЩЕННЯ ДВОХ ПЛОЩИН.	415
1.	Розміщення двох площин у просторі.	415
2.	Паралельність площин.	415
3.	Властивості паралельних площин.	415
§5.	ПАРАЛЕЛЬНЕ ПРОЕКТУВАННЯ, ЙОГО ВЛАСТИВОСТІ.	417
	ЗОБРАЖЕННЯ ФІГУР У СТЕРЕОМЕТРІЇ.	417
1.	Паралельне проектування.	417
2.	Властивості паралельного проектування.	418
3.	Зображення трикутника та його елементів.	419
4.	Зображення паралелограма та його видів.	420
5.	Зображення трапеції.	421
6.	Зображення правильного шестикутника.	421
7.	Зображення кола.	422
	<i>Контрольний тест № 1</i>	422
§6.	ПЕРПЕНДИКУЛЯРНІСТЬ ПРЯМИХ У ПРОСТОРИ.	424

§7. ПЕРПЕНДИКУЛЯРНІСТЬ ПРЯМОЇ І ПЛОЩИНИ.	425
1. Означення прямої, перпендикулярної до площини.	425
2. Ознака перпендикулярності прямої і площини.	425
3. Властивості прямих і площин, перпендикулярних між собою.	426
§8. ПЕРПЕНДИКУЛЯР І ПОХИЛА. ПРОЕКЦІЯ ПОХИЛОЇ НА ПЛОЩИНУ.	426
1. Означення перпендикуляра, похилої та проекції похилої на площину.	426
2. Властивості перпендикуляра і похилої.	426
§9. ТЕОРЕМА ПРО ТРИ ПЕРПЕНДИКУЛЯРИ.	428
§10. ДВОГРАННИЙ КУТ. ПЕРПЕНДИКУЛЯРНІСТЬ ПЛОЩИН.	429
1. Двогранний кут. Лінійний кут двогранного кута.	429
2. Перпендикулярність площин.	430
<i>Контрольний тест № 2</i>	431
§11. ВІДСТАНІ У ПРОСТОРИ.	434
1. Відстань від точки до прямої.	434
2. Відстань від точки до площини.	434
3. Відстань від прямої до площини.	435
4. Відстань між прямими, що належать одній площині.	435
5. Відстань між площинами.	436
6. Відстань між мимобіжними прямими.	436
§12. КУТИ У ПРОСТОРИ.	437
1. Кут між прямими.	437
2. Кут між прямою і площиною.	438
3. Кут між площинами.	438
4. Ортогональне проектування.	440
<i>Контрольний тест № 3</i>	441
§13. МНОГОГРАННИКИ ТА ЇХ ЕЛЕМЕНТИ	443
§14. ПОНЯТТЯ ПЕРЕРІЗУ МНОГОГРАННИКА	443
§15. ПРИЗМА.	444
1. Означення призми. Елементи призми. Види призм.	444
2. Перерізи призми.	445
3. Площі повної та бічної поверхонь призми.	446
4. Об'єм призми.	448
§16. ПАРАЛЕЛЕПІПЕД.	450
1. Означення паралелепіпеда, його властивості.	450
2. Прямокутний паралелепіпед, його властивості.	451
<i>Контрольний тест № 4</i>	452
§17. ПІРАМІДА.	454
1. Означення піраміди. Елементи піраміди.	454
2. Правильна піраміда.	456

3. Перерізи піраміди.....	457
4. Площа повної та бічної поверхонь піраміди.....	458
5. Об'єм піраміди.	459
§18. ЗРІЗАНА ПІРАМІДА.	461
1. Означення зрізаної піраміди. Елементи зрізаної піраміди.	461
2. Правильна зрізана піраміда.	462
3. Діагональний переріз зрізаної піраміди.	462
4. Площі повної та бічної поверхонь зрізаної піраміди.	463
5. Об'єм зрізаної піраміди.	464
<i>Контрольний тест № 5</i>	464
§19. ТІЛА І ПОВЕРХНІ ОБЕРТАННЯ, ЇХ ЕЛЕМЕНТИ.....	466
1. Тіла і поверхні обертання.....	466
2. Означення циліндра. Елементи циліндра.	467
3. Перерізи циліндра площинами.....	468
4. Площі бічної та повної поверхонь циліндра.....	470
5. Об'єм циліндра.....	470
§20. КОНУС.	471
1. Означення конуса. Елементи конуса.	471
2. Перерізи конуса.	471
3. Площі бічної та повної поверхонь конуса.	473
4. Об'єм конуса.	474
§21. ЗРІЗАНИЙ КОНУС.	474
1. Означення зрізаного конуса. Елементи зрізаного конуса.	474
2. Осьовий переріз зрізаного конуса.	475
3. Площі бічної і повної поверхонь зрізаного конуса.	476
4. Об'єм зрізаного конуса.	476
<i>Контрольний тест № 6</i>	477
§22. КУЛЯ. СФЕРА.	478
1. Означення кулі і сфери. Елементи кулі і сфери.	478
2. Взаємне розміщення кулі і площин.	479
3. Площина дотична до кулі (сфери).	480
4. Переріз кулі площиною.....	480
5. Площа сфери.	481
6. Об'єм кулі.	481
§23. КОМБІНАЦІЇ ГЕОМЕТРИЧНИХ ТІЛ.	481
1. Призма, вписана у циліндр.....	482
2. Призма, описана навколо циліндра.	482
3. Піраміда, вписана у конус.....	483
4. Піраміда, описана навколо конуса.....	484
5. Многогранник, вписаний в кулю.....	485
6. Многогранник, описаний навколо кулі.	487
<i>Контрольний тест № 7</i>	489

§24. ПРЯМОКУТНА СИСТЕМА КООРДИНАТ У ПРОСТОРИ.	490
1. Прямокутна система координат у просторі. Координати точки. .	490
2. Особливості розташування точок у просторі.	491
3. Ортогональні проєкції точок на координатні площини.	
Відстань від точки до координатних площин.	492
§25. ФОРМУЛА ДЛЯ ОБЧИСЛЕННЯ ВІДСТАНИ МІЖ ДВОМА ТОЧКАМИ.	492
§26. ФОРМУЛА ДЛЯ ОБЧИСЛЕННЯ КООРДИНАТ СЕРЕДИНИ ВІДРІЗКА.	493
Контрольний тест № 8.	493
§27. ВЕКТОРИ У ПРОСТОРИ. ДІЇ НАД ВЕКТОРАМИ.	495
1. Поняття вектора у просторі, довжина вектора, колінійні вектори, рівні вектори.	495
2. Додавання і віднімання векторів.	496
3. Множення вектора на число.	496
§28. КООРДИНАТИ ВЕКТОРА. ДІЇ НАД ВЕКТОРАМИ, ЩО ЗАДАНО КООРДИНАТАМИ.	496
1. Координати вектора у просторі. Рівність векторів, заданих координатами. Модуль вектора.	497
2. Дії над векторами, що задані координатами.	498
3. Ознака колінеарності векторів.	498
§29. СКАЛЯРНИЙ ДОБУТОК ВЕКТОРІВ.	499
1. Скалярний добуток векторів, його властивості.	499
2. Формула для знаходження кута між векторами, що задані координатами.	500
3. Умова перпендикулярності векторів, що задані координатами. .	501
Контрольний тест № 9.	502
ЗРАЗКИ ТЕСТОВИХ ЗАВДАНЬ.	504
ДОДАТОК	
РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ТЕКСТОВИХ	
ЗАДАЧ АРИФМЕТИЧНИМИ СПОСОБАМИ.	
1. Найпростіші задачі на рух.	519
2. Середня швидкість руху.	519
3. Задачі на рух по річці.	520
4. Задачі, пов'язані з рухом двох об'єктів.	520
5. Задачі, пов'язані з вартістю товару.	523
6. Задачі на роботу.	523
7. Знаходження дроби від числа.	524
8. Знаходження числа за його дробом.	525
КОМПЛЕКСНІ ВАРІАНТИ ТЕСТОВИХ ЗАВДАНЬ	
Тренувальний тест №1.	527
Тренувальний тест №2.	535
ВІДПОВІДІ.	543