Шановні
дев'ятикласники та дев'ятикласниці!

У цьому навчальному році ви продовжите вивчати геометрію, а підручник, який ви тримаєте в руках, допоможе вам у цьому.

Під час вивчення теоретичного матеріалу зверніть увагу на текст, надрукований **жирним** шрифтом. Його треба запам'ятати.

Автор намагався подати теоретичний матеріал підручника простою, доступною мовою, проілюструвати його значною кількістю прикладів. Після вивчення теоретичного матеріалу у школі його обов'язково треба опрацювати і вдома.

У підручнику ви побачите умовні позначення. Ось що вони означають:

– означення, важливі геометричні твердження (аксіоми, теореми, властивості);

– запитання до вивченого теоретичного матеріалу;

– «ключова» задача, висновки якої використовуються під час розв'язування інших задач;

– закінчення доведення теореми або твердження задачі;

– вправи для повторення;

– рубрика «Розв'яжіть та підготуйтеся до вивчення нового матеріалу»;

– вправи початкового рівня;

– вправи середнього рівня;

– вправи достатнього рівня;

– вправи високого рівня;

– вправи підвищеної складності;

– рубрика «Цікаві задачі для учнів неледачих» та додатковий матеріал.

Чорним кольором позначено номери вправ для розв'язування у класі, а **синім** – для розв'язування вдома.

Перевірити свої знання та підготуватися до тематичного оцінювання можна, виконуючи завдання «*Домашньої самостійної роботи*», які подано в тестовій формі, та «*Завдання для перевірки знань*». Після кожного розділу наведено вправи для його повторення, а в кінці підручника – «*Завдання для перевірки знань за курс геометрії 9 класу*» та «*Задачі підвищеної складності*».

Заняття геометрією будуть ще цікавішими, якщо ви розв'язуватимете вправи рубрики «*Цікаві задачі для учнів неледачих*».

Підручник містить велику кількість вправ. Більшість із них ви розглянете на уроках і під час домашньої роботи, інші вправи рекомендується розв'язати самостійно.

Цікаві факти з історії розвитку геометрії як науки ви знайдете в рубриці «*А ще раніше...*».

Бажаю успіхів в опануванні курсу!

Шановні вчителі!

Пропонований підручник містить велику кількість вправ; вправи більшості параграфів подано «із запасом». Тож обирайте їх для використання на уроках та як домашні завдання залежно від поставленої мети, рівня підготовленості учнів, ступеня індивідуалізації навчання тощо. Вправи, що не розглядалися на уроці, можна використати на додаткових, факультативних та індивідуальних заняттях.

Додаткові вправи у «*Завданнях для перевірки знань*» призначено для учнів, які впоралися з основними завданнями раніше за інших учнів. Правильне їх розв'язання вчитель може оцінити окремо.

Вправи для повторення розділів можна запропонувати учням, наприклад, під час узагальнюючих уроків з теми або повторення і систематизації навчального матеріалу в кінці навчального року.

Шановні батьки!

Якщо ваша дитина пропустить один чи кілька уроків у школі, потрібно запропонувати їй самостійно опрацювати цей матеріал за підручником удома. Спочатку бажано, щоб вона прочитала теоретичний матеріал, який викладено простою, доступною мовою та проілюстровано значною кількістю прикладів. Після цього – розв'язати задачі і вправи, що їй посильні, з розглянутого параграфа.

Упродовж опрацювання дитиною курсу геометрії 9 класу ви можете пропонувати їй додатково розв'язувати вдома вправи, що не розглядалися під час уроку. Це сприятиме якнайкращому засвоєнню навчального матеріалу.

Кожна тема закінчується тематичним оцінюванням. Перед його проведенням запропонуйте дитині розв'язати завдання «*Домашньої самостійної роботи*», які подано в тестовій формі, та «*Завдання для перевірки знань*». Це допоможе пригадати основні типи вправ та якісно підготуватися до тематичного оцінювання.

У кінці підручника «*Задачі підвищеної складності*» допоможуть вашій дитині поглибити знання з геометрії та підготуватися до математичних змагань.

Автор

Розділ 1 МЕТОД КООРДИНАТ НА ПЛОЩИНІ

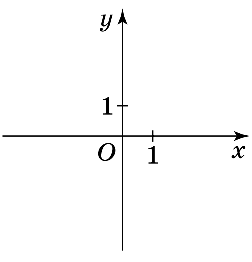
У цьому розділі ви:

- **пригадаєте** все, що вивчали раніше про координатну площину;
- **дізнаєтеся**, як знаходити синус, косинус і тангенс кутів від 0° до 180°, координати середини відрізка та відстань між двома точками координатної площини, рівняння кола і прямої;
- **навчитеся** розв'язувати геометричні задачі на площині за допомогою методу координат.

§ 1. *КООРДИНАТНА ПЛОЩИНА*

З поняттям *координатної площини* ми ознайомилися в курсі математики 6-го класу, а в курсі алгебри використовували його для побудови графіків функцій.

Пригадаємо, як задають координатну площину.



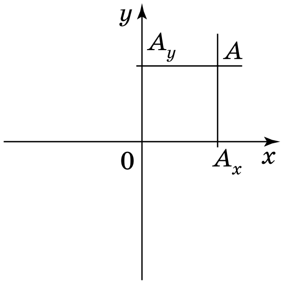
Мал. 1

Нехай на площині вибрано дві взаємно перпендикулярні прямі x і y, що перетинаються в точці O (мал. 1). Ці прямі називають *осями координат*, а точку їх перетину – *початком координат*. Вісь x (зазвичай вона горизонтальна) називають *віссю абсцис*, вісь y – *віссю ординат*.

Початок координат розбиває кожну з осей на дві півосі. Одну з них прийнято називати додатною та зображати зі стрілочкою, а другу – від'ємною. На кожній з осей координат вибирають одиничний відрізок. Початок відліку кожної з осей – число 0 – збігається з точкою O. У такому випадку кажуть, що на площині задано *прямокутну систему координат*.

Площину, на якій задано прямокутну систему координат, називають *координатною площиною*.

Кожній точці A координатної площини можна поставити у відповідність пару чисел – *координати точки*. Для цього через точку A треба провести пряму, паралельну осі y, і пряму, паралельну осі x, які перетнуть осі x і y в деяких точках A_x і A_y відповідно (мал. 2). *Абсцисою* точки A називають число x, модуль якого дорівнює відстані від точки O до точки A_x. Причому, якщо A_x належить додатній півосі, то $x > 0$, а якщо A_x належить від'ємній півосі, то $x < 0$. Якщо ж точка A лежить на осі y, то її абсциса дорівнює нулю. *Ординатою* точки A називають число y, модуль якого дорівнює відстані від точки O до точки A_y. Причому, якщо A_y належить додатній півосі, то $y > 0$, а якщо A_y належить від'ємній півосі, то $y < 0$. Якщо ж точка A лежить на осі x, то її ордината дорівнює нулю.



Мал. 2

Координати точки записують у дужках поряд з назвою точки: $A(x; y)$. На першому місці завжди пишуть абсцису, на другому – ординату. Абсцису точки A можна позначати x_A, а ординату – y_A. Ці позначення зручно використовувати під час розв'язування задач, де кожну координату знаходять окремо. Якщо, наприклад, $A(-2; 3)$, то $x_A = -2$, $y_A = 3$.

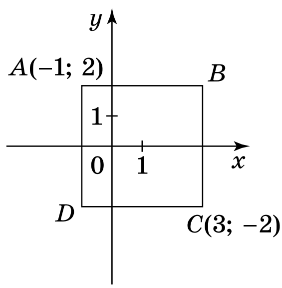
Введені на площині координати x і y називають *декартовими* на честь французького математика Рене Декарта (1596–1650), якому належить ідея введення і застосування координат у математиці.

Задача 1. Сторони прямокутника $ABCD$ паралельні осям координат. Знайти координати точок B і D, якщо $A(-1; 2)$, $C(3; -2)$.

Р о з в' я з а н н я. Розглянемо малюнок 3. Оскільки пряма AB паралельна осі абсцис, то ординати точок A і B однакові: $y_B = y_A = 2$. Аналогічно, оскільки пряма BC паралельна осі ординат, то абсциси точок B і C однакові: $x_B = x_C = 3$.

Отже, $B(3; 2)$.

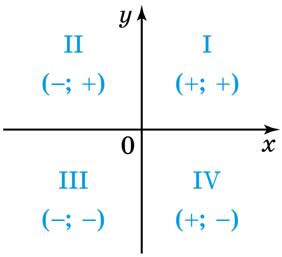
Міркуючи у той самий спосіб, отримаємо: $D(-1; -2)$.



Мал. 3

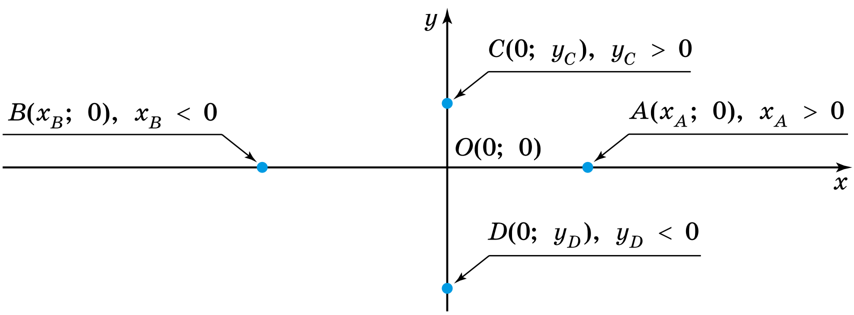
В і д п о в і д ь. $B(3; 2)$, $D(-1; -2)$.

Осі координат розбивають площину на чотири частини, кожну з яких називають *координатною чвертю* або *координатним кутом* (мал. 4). У межах однієї координатної чверті знаки кожної з координат не змінюються. Знаки координат та загальноприйняту нумерацію координатних кутів показано на малюнку 4.



Мал. 4

На малюнку 5 вказано координати точок, які належать осям координат, та координати точки O.



Мал. 5

Задача 2. У яких координатних чвертях може лежати точка B, якщо добуток її абсциси й ординати є числом:

1) додатним; 2) від'ємним?

Р о з в' я з а н н я. Нехай маємо точку $B(x;\ y)$.

1) $xy > 0$, отже, x і y – числа одного знака, тобто $x > 0$ і $y > 0$ або $x < 0$ і $y < 0$. Тому точка B лежить у першій або третій чверті.

2) $xy < 0$, отже, x і y – числа різних знаків, тобто $x > 0$ і $y < 0$ або $x < 0$ і $y > 0$. Тому точка B лежить у другій або четвертій чверті.

В і д п о в і д ь. 1) У першій або третій чверті; 2) у другій або четвертій чверті.

А ще раніше...

Ідея введення координат на площині прийшла до нас із давнини. Перші застосування координат були пов'язані з астрономією і географією, тобто з необхідністю визначати положення світил на небі й точок на поверхні Землі, що використовувалося для складання календарів, зоряних та географічних карт. Відомий давньогрецький астроном, географ та математик Клавдій Птолемей уже на той час використовував довготу та широту як географічні координати. Ідеї прямокутних координат у вигляді прямокутної сітки (палетки) було знайдено у гробниці батька Рамзеса II – фараона Сеті I (який помер близько 1279 р. до н. е.). За допомогою палетки можна було переносити зображення у збільшеному вигляді. Починаючи з XV ст., прямокутну сітку також використовували й художники епохи Відродження.

Термін *абсциса* походить від латинського *abscissus* – той, що відсікається (відрізок на осі x), *ордината* – від латинського *ordinatus* – упорядкований, оскільки ординатами спочатку називали відрізки, паралельні осі y. Ці терміни були вперше застосовані в латинському перекладі робіт відомого давньогрецького математика Аполлонія і які запропонував в 70–80-х роках XVII ст. Готфрід Лейбніц, після чого стали загальновживаними. Лейбніц запропонував абсцису разом з ординатою називати координатами.

1. Що називають осями координат? Початком координат?
2. Як знаходять координати точки?
3. Назвіть абсцису й ординату точки $P(-2; 5)$.
4. Які знаки в координат точки, якщо вона лежить у першій (другій, третій, четвертій) координатній чверті?
5. Чому дорівнює абсциса точки, яка належить осі y?
6. Чому дорівнює ордината точки, яка належить осі x?

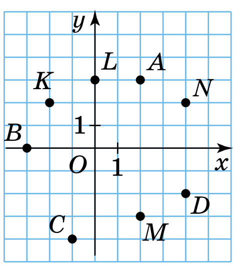
1 Початковий рівень

1. Знайдіть координати точок A, B, C, D на малюнку 6.

2. Знайдіть координати точок K, L, M, N на малюнку 6.

3. Позначте на координатній площині точки $E(-2; 1)$, $F(0; -3)$, $P(4; -2)$, $T(-5; -1)$.

4. Позначте на координатній площині точки $A(2; -3)$, $B(5; 0)$, $C(4; 1)$, $D(-2; 4)$.



Мал. 6

5. Які з точок $A(0; -2)$, $B(4; -3)$, $C(2; 0)$, $D(0; 19)$, $E(2; 2)$, $F(-14; 0)$ належать осі абсцис, а які – осі ординат?

6. Які з точок $P(2; -17)$, $T(5; 0)$, $F(0; -2)$, $N(-4; 0)$, $M(-1; -1)$, $K(0; 17)$ належать осі абсцис, а які – осі ординат?

7. Не виконуючи побудови, укажіть, у яких чвертях лежать точки $M(2; -3)$, $N(-4; -5)$, $L(1; 2)$, $K(-9; 4)$.

8. Не виконуючи побудови, укажіть, у яких чвертях лежать точки $A(-2; -3)$, $B(4; 5)$, $C(1; -5)$, $D(-4; 1)$.

2 Середній рівень

9. (Усно.) На малюнку 6 знайдіть точки, у яких однакові:
1) абсциси; 2) ординати.

10. На прямій, паралельній осі x, узято дві точки. Одна з них має ординату $y = -3$. Яка ордината у другої точки?

11. На прямій, паралельній осі y, узято дві точки. Одна з них має абсцису $x = 2$. Яка абсциса у другої точки?

12. З точки $M(-5; 3)$ проведено перпендикуляри до осей координат. Знайдіть координати основ перпендикулярів.

13. З точки $N(2; -3)$ проведено перпендикуляри до осей координат. Знайдіть координати основ цих перпендикулярів.

3 Достатній рівень

14. Сторони прямокутника $KLMN$ паралельні осям координат, $K(4; 5)$, $M(-2; -3)$. Знайдіть координати вершин L і N прямокутника.

15. Катети прямокутного трикутника ABC ($\angle C = 90°$) паралельні осям координат. Знайдіть координати вершини C, якщо $A(2; -3)$, $B(7; 4)$.

16. Що можна сказати про координати точки A, якщо вона належить бісектрисі:
1) першого координатного кута;
2) другого координатного кута?

17. 1) Знайдіть відстані від точок $A(2; -3)$ і $B(-2; -5)$ до координатних осей.
2) Зробіть узагальнення щодо відстаней від точки $M(x; y)$ до координатних осей.

18. Знайдіть відстані від точок $C(-1; 5)$ і $D(3; 4)$ до координатних осей.

19. Точка перетину діагоналей ромба збігається з початком координат, а діагоналі ромба лежать на осях координат.

Довжина однієї діагоналі дорівнює 10 одиниць, а другої – 8 одиниць. Знайдіть координати вершин ромба. Скільки розв'язків має задача?

20. Центр кола, радіус якого дорівнює 3 одиниці, збігається з початком координат. Які координати мають точки перетину кола з осями координат?

4 Високий рівень

21. Сторона квадрата $ABCD$ дорівнює 2 одиниці, а його сторони паралельні осям координат. Знайдіть координати вершин квадрата, якщо $A(3;\ 3)$. Розгляньте всі можливі випадки.

22. Знайдіть геометричне місце точок $(x;\ y)$ координатної площини, для яких $|x| = 3$.

23. Знайдіть геометричне місце точок $(x;\ y)$ координатної площини, для яких $|y| = 2$.

Вправи для повторення

2 **24.** Знайдіть площу трапеції, середня лінія якої дорівнює 7 см, а висота – 8 см.

3 **25.** Дві сторони трикутника дорівнюють 4,3 см і 1,2 см, а довжина третьої сторони дорівнює цілому числу сантиметрів. Якого найменшого та якого найбільшого значень може набувати периметр цього трикутника?

Розв'яжіть та підготуйтеся до вивчення нового матеріалу

26. Знайдіть за допомогою калькулятора, таблиць або комп'ютера:

1) $\sin 18°$; 2) $\sin 26°30'$; 3) $\cos 83°$;
4) $\cos 30°15'$; 5) $\mathrm{tg}\, 70°$; 6) $\mathrm{tg}\, 19°45'$.

27. Відомо, що α – гострий кут прямокутного трикутника. Знайдіть α, якщо:

1) $\sin\alpha = \frac{1}{2}$; 2) $\cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$; 3) $\mathrm{tg}\,\alpha = \sqrt{3}$.

28. У прямокутному трикутнику ABC ($\angle C = 90°$) $AC = 6$ см, $BC = 8$ см. Знайдіть:

1) $\sin A$; 2) $\cos A$; 3) $\mathrm{tg}\, A$;
4) $\sin B$; 5) $\cos B$; 6) $\mathrm{tg}\, B$.

434. Визначте вид чотирикутника $ABCD$, якщо $A(3;\ 1)$, $B(7;\ 4)$, $C(4;\ 0)$, $D(0;\ -3)$.

435. Чи лежать точки $A(-2;\ 3)$, $B(0;\ 4)$ і $C(8;\ 8)$ на одній прямій?

Цікаві задачі для учнів неледачих

436. Точки K і L – середини сторін AB і CD опуклого чотирикутника $ABCD$, $KL = \dfrac{AD + BC}{2}$. Доведіть, що $AD \parallel BC$.

Домашня самостійна робота № 2

Кожне завдання має по чотири варіанти відповіді (А–Г), серед яких лише один є правильним. Оберіть правильний варіант відповіді.

1. Дано: $\vec{a}(-2;\ 5)$, $\vec{b}(4;\ 1)$, $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$. Які координати у вектора $\vec{c}$?

А. $(-6;\ 4)$; **Б.** $(-2;\ 6)$; **В.** $(2;\ 6)$; **Г.** $(2;\ 4)$.

2. Дано: $\vec{c}(5;\ -1)$, $\vec{d}(2;\ 3)$, $\vec{m} = \vec{c} - \vec{d}$. Які координати у вектора $\vec{m}$?

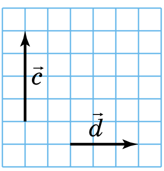
А. $(3;\ 2)$; **Б.** $(3;\ -4)$; **В.** $(-3;\ -4)$; **Г.** $(7;\ -4)$.

3. Чому дорівнює скалярний добуток векторів $\vec{a}(2;\ -5)$ і $\vec{b}(1;\ -2)$?

А. -4; **Б.** 0; **В.** -8; **Г.** 12.

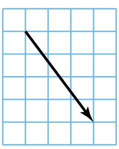
4. Знайдіть модуль вектора $\overrightarrow{AB}$, якщо $A(-4;\ 6)$, $B(0;\ 9)$.

А. 5; **Б.** 6; **В.** 8; **Г.** 9.

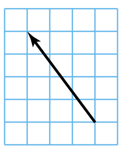


Мал. 89

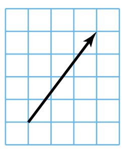
5. Укажіть вектор, що є сумою векторів $\vec{c}$ і $\vec{d}$, зображених на малюнку 89.



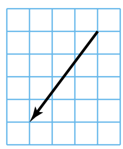
А.



Б.



В.



Г.

6. Знайдіть координати вектора $\vec{c} = 3\vec{a} - \vec{b}$, якщо $\vec{a}(-2;\ 4)$, $\vec{b}(3;\ 7)$.

А. $(-5;\ -3)$; **Б.** $(-3;\ 19)$; **В.** $(-15;\ -9)$; **Г.** $(-9;\ 5)$.

7. Дано вектори $\vec{a}(x;\ -2)$ і $\vec{b}(6;\ 12)$. При якому значенні x вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ колінеарні?

А. 4; **Б.** -1; **В.** 1; **Г.** -4.

8. Дано вектори $\vec{c}(3; -8)$ і $\vec{d}(12; y)$. При якому значенні y вектори $\vec{c}$ і $\vec{d}$ перпендикулярні?

А. 4,5; **Б.** 32; **В.** –32; **Г.** –4,5.

9. Дано вектори $\vec{a}(-2; 0)$ і $\vec{b}(3; -3)$. Знайдіть $\angle(\vec{a}, \vec{b})$.

А. 45°; **Б.** 60°; **В.** 120°; **Г.** 135°.

4 **10.** Модуль вектора $\vec{p}(x; y)$ дорівнює 5. Знайдіть координати вектора $\vec{p}$, якщо координата x цього вектора на 1 менша від координати y.

А. (3; 4); **Б.** (3; 4) або (–4; –3);
В. (–4; –3); **Г.** (4; 3).

11. Чотирикутник $ABCD$ з вершинами в точках $A(7; 15)$, $B(5; 9)$, $C(7; 3)$, $D(9; 9)$ є...

А. квадратом; **Б.** трапецією;
В. ромбом; **Г.** прямокутником.

12. Дано: $|\vec{a}| = 2\sqrt{2}$, $|\vec{b}| = 1$, $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 45°$. Знайти: $|2\vec{a} - \vec{b}|$.

А. 5; **Б.** 4; **В.** $4\sqrt{2} - 1$; **Г.** 3.

Завдання для перевірки знань № 2 до § 6–10

1 **1.** Позначте в зошиті точки A, K і L, що не лежать на одній прямій. Накресліть вектори $\overrightarrow{AK}$ і $\overrightarrow{AL}$.

2. Дано вектори $\vec{a}(-2; 4)$ і $\vec{b}(7; 1)$. Знайдіть координати вектора:

1) $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$; 2) $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$.

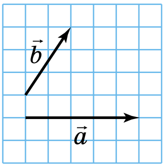
3. Знайдіть скалярний добуток векторів $\vec{a}(4; -7)$ і $\vec{b}(2; 1)$.

2 **4.** Знайдіть координати вектора $\overrightarrow{AB}$ та його модуль, якщо $A(-2; 4)$, $B(2; 1)$.

5. Дано вектори $\vec{m}(-1; 4)$ і $\vec{n}(4; 5)$. Знайдіть координати вектора $\vec{p} = 3\vec{m} - 5\vec{n}$.

6. Дано вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ (мал. 90). Побудуйте вектори:

1) $\vec{m} = \vec{a} + \vec{b}$; 2) $\vec{n} = \vec{a} - \vec{b}$.



Мал. 90

3 **7.** Дано вектори $\vec{a}(x; -2)$ і $\vec{b}(5; 10)$. При якому значенні x вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$:

1) колінеарні; 2) перпендикулярні?

8. Дано вектори $\vec{a}(0; -3)$ і $\vec{b}(1; -1)$. Знайдіть кут між векторами $\vec{a}$ і $\vec{b}$.

4 **9.** Доведіть за допомогою векторів, що чотирикутник з вершинами в точках $A(4; 8)$, $B(10; 10)$, $C(16; 8)$, $D(10; 6)$ – ромб.

Додаткові завдання

10. Доведіть, що точки $A(5; -7)$, $B(6; -9)$ і $C(3; -3)$ лежать на одній прямій.

11. Відомо, що $|\vec{a}| = 6$, $|\vec{b}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\vec{a}, \vec{b}}) = 30°$. Знайдіть $|4\vec{a} - 3\vec{b}|$.

Вправи для повторення розділу 2

До § 6

437. Укажіть початок і кінець вектора:

1) $\overrightarrow{MN}$; 2) $\overrightarrow{AB}$; 3) $\overrightarrow{PP}$.

438. Позначте три точки A, B і K, що не лежать на одній прямій. Накресліть деякі три вектори, початок і кінець яких збігаються з якими-небудь двома із цих точок. Запишіть усі вектори, що утворилися, і назвіть початок і кінець кожного з них.

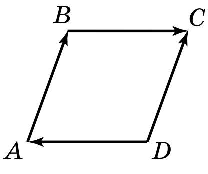
439. Накресліть два протилежно напрямлених вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$, вектор $\vec{c}$, співнапрямлений з вектором $\vec{a}$, та вектор $\vec{d}$, співнапрямлений з вектором $\vec{b}$.

1) Виконайте відповідні записи за допомогою символів $\uparrow\uparrow$ і $\uparrow\downarrow$.

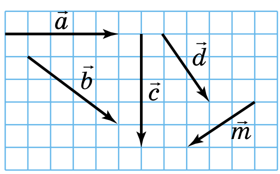
2) Чи є колінеарними вектори $\vec{c}$ і $\vec{d}$?

3) Співнапрямлені чи протилежно напрямлені вектори $\vec{c}$ і $\vec{d}$?

440. На малюнку 91 $ABCD$ – ромб. Укажіть рівні вектори та вектори, що мають рівні модулі. Виконайте відповідні записи.



Мал. 91



Мал. 92

441. 1) Знайдіть модулі векторів, зображених на малюнку 92, якщо сторона клітинки дорівнює одиниці вимірювання відрізків.

2) Які з них мають однакові модулі? Виконайте відповідні записи.

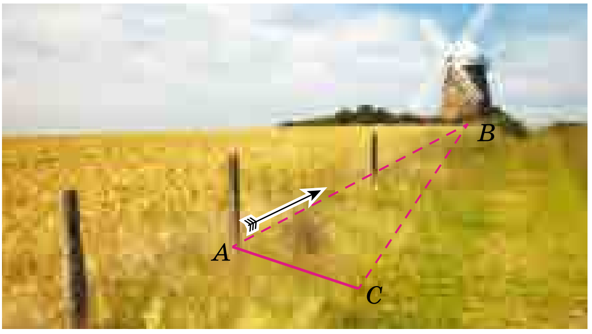
442. $ABCD$ – паралелограм, O – точка перетину його діагоналей. Укажіть вектор, що дорівнює вектору:

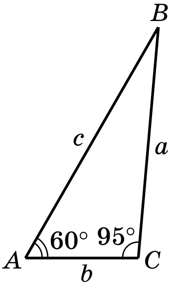
1) $\overrightarrow{BC}$; 2) $\overrightarrow{CD}$; 3) $\overrightarrow{OA}$; 4) $\overrightarrow{DO}$.

587. Сторона паралелограма дорівнює 7 см і утворює з його діагоналлю завдовжки 8 см кут 67°. Знайдіть другу сторону паралелограма та його кути.

588. Діагональ паралелограма дорівнює 8 см і утворює кути 37° і 42° зі сторонами паралелограма. Знайдіть кути та сторони паралелограма.

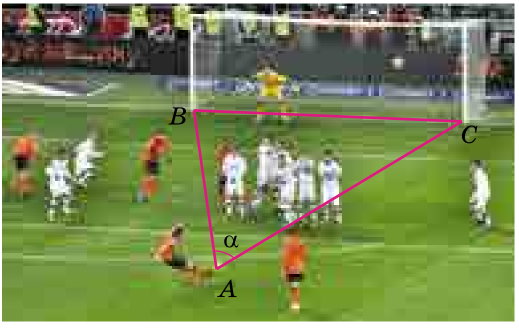
589. Щоб знайти відстань AB до млина (мал. 114), виміряли відстань $AC = 36$ м, $\angle A = 60^\circ$ і $\angle C = 95^\circ$. Знайдіть відстань AB з точністю до сотих метра.

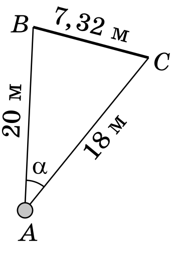




Мал. 114

590. Футбольний м'яч знаходиться в точці A футбольного поля на відстанях 18 м і 20 м від основ B і C стійок воріт (мал. 115). Футболіст спрямовує м'яч у ворота. Знайдіть кут α (з точністю до градуса), під яким м'яч влучає у ворота, якщо ширина воріт дорівнює 7,32 м.

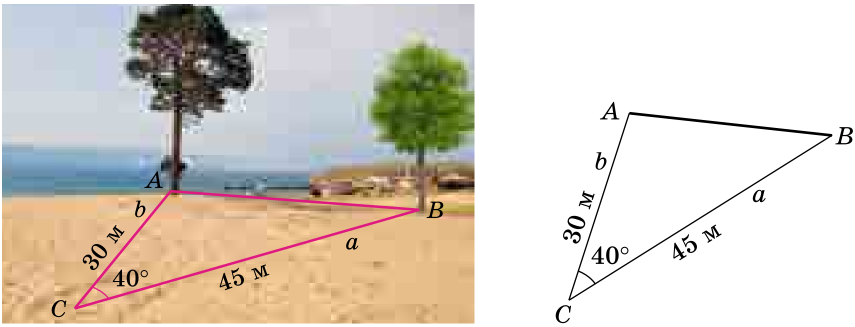




Мал. 115

591. Дальномір – прилад для знаходження відстані до об'єкта без безпосередніх вимірювань на місцевості. Використовується у фотографії, геодезії, військовій справі, астро-

номії. За допомогою дальноміра було виміряно відстані $AC = 30$ м і $BC = 45$ м, а за допомогою астролябії $\angle ACB = 40°$ (мал. 116). Більшою чи меншою за 30 м є відстань між двома недоступними точками A і B?



Мал. 116

3 Достатній рівень

592. Розв'яжіть $\triangle ABC$ за двома сторонами і кутом, протилежним до однієї з них:
1) $AC = 5$ см, $BC = 8$ см, $\angle A = 80°$;
2) $AC = 10$ см, $AB = 7$ см, $\angle B = 60°$;
3) $BC = 2$ см, $AC = 4$ см, $\angle A = 61°$;
4) $AC = 3$ см, $BC = 4$ см, $\angle B = 30°$.

593. Розв'яжіть $\triangle ABC$ за двома сторонами і кутом, протилежним до однієї з них:
1) $AB = 12$ см, $BC = 5$ см, $\angle C = 120°$;
2) $AC = 8$ см, $BC = 9$ см, $\angle A = 40°$;
3) $AC = 4$ см, $BC = 8$ см, $\angle B = 50°$;
4) $BC = 6$ см, $AC = 5$ см, $\angle B = 17°$.

594. Сторона паралелограма дорівнює 6 см і утворює з діагоналями паралелограма кути 27° і 48°. Знайдіть другу сторону і кути паралелограма.

595. Діагоналі паралелограма дорівнюють 8 см і 10 см і перетинаються під кутом 70°. Знайдіть сторони і кути паралелограма.

596. AD і BC – основи рівнобічної трапеції $ABCD$, $AC = 6$ см, $\angle BAC = 52°$, $\angle CAD = 20°$. Знайдіть сторони і кути трапеції.

597. AD і BC – основи рівнобічної трапеції $ABCD$, $BD = 8$ см, $\angle ABD = 49°$, $\angle DBC = 62°$. Знайдіть сторони і кути трапеції.

ЗАДАЧІ ПІДВИЩЕНОЇ СКЛАДНОСТІ

Розділ 1. Метод координат на площині

1131. Вершини чотирикутника $ABCD$ мають координати $A(x_1;\ y_1)$, $B(x_2;\ y_2)$, $C(x_3;\ y_3)$, $D(x_4;\ y_4)$. Доведіть, що цей чотирикутник є паралелограмом тоді і тільки тоді, коли $x_1 + x_3 = x_2 + x_4$ і $y_1 + y_3 = y_2 + y_4$.

1132. Кінці відрізка AB мають координати $A(x_1;\ y_1)$ і $B(x_2;\ y_2)$. Точка $M(x;\ y)$ ділить відрізок AB у відношенні $\frac{AM}{MB} = \lambda$. Доведіть, що координати точки M можна знайти за формулами:

$$x = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1 + \lambda};\ y = \frac{y_1 + \lambda y_2}{1 + \lambda}.$$

1133. З фізики відомо, що центр мас однорідної трикутної пластини знаходиться в точці перетину медіан. Знайдіть координати центра мас – точки $M(x;\ y)$ трикутника ABC, якщо $A(x_1;\ y_1)$, $B(x_2;\ y_2)$, $C(x_3;\ y_3)$.

1134. Вершини трикутника ABC мають координати $A(-4;\ -1)$, $B(-1;\ 3)$, $C(2;\ -1)$. Бісектриса кута A перетинає BC у точці N. Знайдіть координати точки N.

1135. Нехай точки $A(x_1;\ y_1)$, $B(x_2;\ y_2)$ і $C(x_3;\ y_3)$ лежать на одній прямій, причому $x_2 \neq x_3$ і $y_2 \neq y_3$. Доведіть, що

$$\frac{x_1 - x_3}{x_2 - x_3} = \frac{y_1 - y_3}{y_2 - y_3}.$$

1136. При якому значенні a точки $A(a;\ -4)$, $B(2;\ -a)$, $C(8;\ 17)$ лежать на одній прямій?

1137. Знайдіть координати третьої вершини рівностороннього трикутника ABC, якщо $A(-1;\ 0)$, $B(1;\ 0)$.

1138. Знайдіть невідомі координати двох вершин ромба $ABCD$ з кутом $60°$, якщо відомо координати двох його вершин $A(-1;\ 0)$ і $B(1;\ 0)$.

1139. Знайдіть точку перетину прямої $4x - 5y + 3 = 0$ з перпендикуляром, проведеним до неї з точки $A(-6;\ 4)$.

1140. Доведіть, що відстань від точки $A(x_0;\ y_0)$ до прямої $ax + by + c = 0$ можна знайти за формулою:

$$d = \frac{\left|ax_0 + by_0 + c\right|}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

1141. Дві сторони квадрата лежать на прямих $5x - 12y - 65 = 0$ і $5x - 12y + 26 = 0$. Обчисліть його площу.

1142. Точка $A(x_0;\ y_0)$ лежить на колі $x^2 + y^2 = r^2$. Складіть рівняння дотичної до кола, що проходить через точку A.

1143. Скільки точок, обидві координати яких – цілі числа, належить колу $x^2 + y^2 = 10$?

1144. Точка $A(1;\ 0)$ лежить на колі із центром у початку координат і є вершиною правильного трикутника, уписаного в це коло. Знайдіть координати двох інших вершин трикутника.

1145. Складіть рівняння кола радіуса 10, що дотикається до кола $x^2 + y^2 - 10y = 0$ у точці $A(3;\ 1)$.

1146. При яких значеннях k пряма $y = kx - 5$ і коло $x^2 + y^2 = 9$:

1) мають одну спільну точку;

2) мають дві спільні точки;

3) не мають спільних точок?

1147. З точки $A(1;\ 6)$ до кола $x^2 + y^2 + 2x - 19 = 0$ проведено дотичні. Складіть рівняння цих дотичних.

1148. Складіть рівняння дотичних до кола

$$x^2 + y^2 + 10x - 2y + 6 = 0,$$

що паралельні прямій $2x + y - 7 = 0$.

1149. На колі $x^2 + y^2 - 26x + 30y + 313 = 0$ знайдіть найближчу до точки $A(3;\ 9)$ точку B. Знайдіть відстань від точки A до точки B.

1150. Якого найменшого значення може набувати вираз

$$\sqrt{x^2 + y^2 - 6x + 8y + 25} + \sqrt{x^2 + y^2 + 2x - 4y + 5}?$$

Розділ 2. Вектори на площині

1151. Дано чотирикутник $ABCD$ і точку O. Відомо, що $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OD}$. Визначте вид чотирикутника $ABCD$.

1152. Дано два паралелограми $ABCD$ і $AB_1C_1D_1$, які мають спільну вершину A. Доведіть, що $CC_1 \leqslant BB_1 + DD_1$.

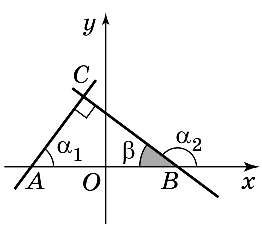
1153. $ABCD$ – квадрат, $\overrightarrow{AB}(6; 8)$. Знайдіть координати векторів $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CD}$ і $\overrightarrow{DA}$.

1154. Через точку O перетину діагоналей AC і BD трапеції $ABCD$ ($AB \parallel CD$) проведено пряму, паралельну основам, яка перетинає бічні сторони AD і BC у точках M і N. Доведіть, що $\overrightarrow{MN} = \dfrac{b\overrightarrow{AB} + a\overrightarrow{DC}}{a + b}$, де $AB = a$, $CD = b$.

ВІДПОВІДІ, ВКАЗІВКИ ТА РОЗВ'ЯЗАННЯ

Розділ 1

15. $C(7; -3)$ або $C(2; 4)$. **16.** 1) $x_A = y_A$, $x_A \geqslant 0$; 2) $x_A = -y_A$, $x_A \leqslant 0$. **17.** 2) Відстань від точки $M(x; y)$ до осі абсцис дорівнює $|y|$, а до осі ординат – $|x|$. **19.** $(-4; 0)$, $(0; 5)$, $(4; 0)$, $(0; -5)$ або $(-5; 0)$, $(0; 4)$, $(5; 0)$, $(0; -4)$. **20.** $(-3; 0)$, $(0; 3)$, $(3; 0)$, $(0; -3)$. **21.** $B(1; 3)$, $C(1; 5)$, $D(3; 5)$, або $B(5; 3)$, $C(5; 5)$, $D(3; 5)$, або $B(1; 3)$, $C(1; 1)$, $D(3; 1)$, або $B(5; 3)$, $C(5; 1)$, $D(3; 1)$. **22.** Прямі $x = -3$ і $x = 3$. **23.** Прямі $y = -2$ і $y = 2$. **25.** 4 см, 5 см. **29.** 1) 44 см; 2) 8 см. **48.** 1) $\sin\alpha = 0{,}8$; $\operatorname{tg}\alpha = -1\frac{1}{3}$; 2) $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$ або $\cos\alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$; $\operatorname{tg}\alpha = -\frac{1}{\sqrt{3}}$. **49.** 1) $\sin\alpha = 0{,}96$; $\operatorname{tg}\alpha = -3\frac{3}{7}$; 2) $\cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $\operatorname{tg}\alpha = 1$ або $\cos\alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\operatorname{tg}\alpha = -1$. **51.** 1) -1; 2) $\sqrt{3}$. **52.** 1) $\frac{1}{6}$; 2) 0. **53.** 1) $\alpha = 118°$; 2) $\alpha = 68°$ або $\alpha = 112°$. **54.** 1) $\beta = 145°$; 2) $\beta = 80°$ або $\beta = 100°$. **55.** Вказівка. 1) Використати $\cos\alpha = -\cos(180 - \alpha)$. 2) Існує два кути, що задовольняють умову. **57.** 0. **58.** 1) 1; 2) 5. **59.** 1) 1; 2) 6. **61.** 25 см. **62.** $2\sqrt{ab}$ см. **66.** 5 см. **83.** $N(-5; 5)$. **84.** $D(4; -31)$. **85.** 1) Так; 2) ні. **86.** $\sqrt{26}$. **87.** $2\sqrt{2}$. **88.** 26. **89.** 34. **90.** 5. **91.** 13. **92.** 24. **93.** $10\sqrt{2}$. **94.** $y = 22$ або $y = -8$. **95.** $x = 10$ або $x = -4$. **96.** $(-3; 0)$. **97.** $(0; 8)$. **98.** $N(3{,}5; 5)$. **99.** $D(11; 4{,}5)$. **100.** B між A і C. **101.** M між P і L. **104.** $-2 \pm 2\sqrt{3}$. **105.** $\angle A \approx 8°08'$; $\angle B \approx 81°52'$. **106.** $\angle M \approx 26°34'$; $\angle L \approx 63°26'$. **108.** 14 см. **109.** 50 см. **110.** Одна з невідомих сторін дорівнює 25 см, а інша – $5\sqrt{17}$ см або $5\sqrt{65}$ см. **136.** $(x - 11)^2 + y^2 = 100$ або $(x + 1)^2 + y^2 = 100$. **137.** $x^2 + (y - 5)^2 = 25$ або $x^2 + (y + 1)^2 = 25$. **138.** 1) Ні; 2) так. **139.** 1) Так; 2) ні. **140.** 1) C; 2) B; 3) A і D. **141.** $(x + 4)^2 + (y - 4)^2 = 169$. **142.** $(x - 6)^2 + (y - 6)^2 = 100$. **143.** 1) Зовнішній дотик; 2) немає спільних точок. **144.** 1) Перетин; 2) внутрішній дотик. **145.** $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$. **149.** $A(1; 9)$, $B(4; 0)$. **175.** $10x - y - 2 = 0$. **176.** $5x + y - 20 = 0$. **177.** $(-3; -2)$. **178.** $(-4; -5)$. **181.** 1) $x + y + 5 = 0$; 2) $\sqrt{3}x - y + (4\sqrt{3} - 1) = 0$. **182.** 1) $x - y + 3 = 0$; 2) $\sqrt{3}x + y - (5 + 2\sqrt{3}) = 0$. **185.** $a = -5$. **186.** $b = -4$. **187.** $2x - y + 4 = 0$. **188.** $3x + y - 3 = 0$. **189.** Доведення (мал. 218). Розглянемо прямі CA і CB, $CA \perp CB$, $k_1 = \operatorname{tg}\alpha_1$, $k_2 = \operatorname{tg}\alpha_2$. Тоді $\operatorname{tg}\alpha_1\operatorname{tg}\alpha_2 = \operatorname{tg}\alpha_1 \cdot (-\operatorname{tg}(180° - \alpha_2)) = \operatorname{tg}\alpha_1 \cdot (-\operatorname{tg}\beta) = -\operatorname{tg}\alpha_1\operatorname{tg}\beta = -\operatorname{tg}\alpha_1\operatorname{tg}(90° - \alpha_1) =$



Мал. 218

ЗМІСТ

Навчальне видання

ІСТЕР Олександр Семенович

ГЕОМЕТРІЯ

Підручник для 9 класу
загальноосвітніх навчальних закладів

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України

**Видано за рахунок державних коштів.
Продаж заборонено**

Головний редактор *Н. Заблоцька*
Редактор *О. Єргіна*
Обкладинка *Т. Кущ*
Художнє оформлення, ілюстрації *В. Марущинця, Ю. Лебедєва*
Технічний редактор *Ц. Федосіхіна*
Комп'ютерна верстка *Ю. Лебедєва*
Коректори *Л. Леуська, Л. Федоренко*

Формат $60\times90/_{16}$. Ум. друк. арк. 15. Обл.-вид. арк. 14,5.
Тираж ________ пр. Вид. № 1876. Зам. №   .

Видавництво «Генеза», вул. Тимошенка, 2-л, м. Київ, 04212.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи серія ДК № 5088
від 27.04.2016.

Віддруковано в