

ПЕРЕДМОВА

Посібник містить дидактичні матеріали за курс геометрії 8-го класу відповідно до чинної програми. Це 1064 вправи, 10 рівневих самостійних робіт, кожна з яких подано в шести варіантах (три рівні по 2 рівноцінних варіанти); 6 тематичних контрольних робіт, кожна з яких має 2 рівноцінні варіанти, та 5 наборів завдань для проведення рівневого експрес-контролю знань (кожен у двох варіантах).

Назви розділів та пунктів посібника відповідають назвам тем програми, тому посібник легко адаптується до чинних в Україні підручників. Для зручності користування посібником у назві кожної самостійної роботи, тематичної контрольної роботи чи завдання для експрес-контролю знань зазначено відповідну тему. Наприкінці посібника є відповіді та поради до більшості вправ. До самостійних, тематичних контрольних робіт та завдань для експрес-контролю знань відповіді відсутні. Тому вчитель, придбавши посібник на весь клас (або один примірник на парту), може використовувати його під час будь-якого уроку (закріплення нових знань, перевірки знань, експрес-контролю знань тощо).

Розглянемо деякі особливості посібника та роботу з ним.

1. Вправи. Посібник містить вправи для робіт у класі та вдома. Номери вправ, рекомендованих для виконання вдома, позначено на темному фоні. Задачі, позначені кружечком (°), відповідають початковому та середньому рівням навчальних досягнень; задачі без цієї позначки – достатньому та високому рівням навчальних досягнень. Достатня кількість завдань дасть змогу вчителю використовувати посібник майже щоденно та задавати по ньому домашні завдання. Автор вирішив включити в посібник вправи на тему «Застосування подібності трикутників», яку вилучили під час оновлення програми, та пропонує розглянути ці вправи на факультативних або додаткових заняттях.

2. Самостійні роботи. У посібнику подано добірку рівневих самостійних робіт. Їх позначено буквою С з відповідним номером. Після номера вказано одну з літер А, Б або В (наприклад, С-2Б), що означає:

А – самостійна робота, що відповідає початковому та середньому рівням навчальних досягнень;

Б – самостійна робота, що відповідає достатньому рівню навчальних досягнень;

В – самостійна робота, що відповідає високому рівню навчальних досягнень.

Для кожного рівня подано 2 рівноцінні варіанти. Кожна самостійна робота містить 2 завдання і розрахована на 10–20 хв (залежно від теми). Самостійні роботи мають зазвичай навчальний характер і не призначені для оцінювання знань учнів. Якщо вчитель захоче оцінити роботу, то за кожне завдання рівня А автор пропонує нараховувати 3 бали, рівня Б – 4,5 бала, рівня В – 6 балів. Отже, максимальна оцінка за роботу рівня А – 6 балів, рівня Б – 9 балів, рівня В – 12 балів. Під час оцінювання кожного завдання вчитель може застосовувати систему, подану нижче (для оцінювання тематичної контрольної роботи). Рівень самостійної роботи, що виконує учень, зазвичай визначає вчитель.

3. Тематичні контрольні роботи (ТКР). Кожна ТКР містить завдання, що відповідають початковому і середньому рівням навчальних досягнень (їх позначено кружечками), та завдання, що відповідають достатньому і високому рівням навчальних досягнень. Усі завдання оцінено в балах так, що максимальна оцінка за ТКР дорівнює 12 балам. Кожна ТКР розрахована на один урок (45 хв). Звичайно, учитель може збільшити або зменшити і кількість ТКР, і кількість завдань у кожній ТКР, змінивши при цьому оцінювання в балах так, щоб сума балів дорівнювала 12.

Автор пропонує на першому етапі вести оцінювання кожного завдання у звичній для вчителя математики системі «плюс–мінус»:

«+» (плюс) – учень повністю розв'язав завдання;

«±» (плюс–мінус) – хід розв'язування завдання правильний, але допущено помилки логічного або обчислювального характеру, які призвели до неправильної відповіді;

« $\overline{+}$ » (мінус–плюс) – розв'язування завдання не закінчено, але учень суттєво наблизився до повного розв'язання, виконавши не менше від його половини;

«-» (мінус) – учень почав розв'язувати правильно (наприклад, зробив малюнок, записав фрагмент розв'язання), але виконав завдання менше ніж наполовину;

«0» (нуль) – учень не починав розв'язувати завдання або почав неправильно.

На другому етапі вчитель переводить оцінку з системи «плюс–мінус» у бали. Пропонується така шкала.

Максимальний бал за завдання	Оцінки в системі «плюс-мінус». Переведення в бали			
	+	±	∓	-
1	1	0,5	0,5	0
2	2	1,5	1	0,5
3	3	2-2,5	1-1,5	0,5
4,5	4,5	3	2	1
6	6	4-5	2-3	1

Оцінкою за роботу є сума балів, яку отримав учень за виконання кожного завдання окремо. Якщо сумою є не ціле число (а саме – це число має п'ять десятих), то користуємося звичним правилом округлення (наприклад, $9,5 \approx 10$).

Безумовно, учитель може використовувати більш просту, інтуїтивно зрозумілу для учнів систему оцінювання кожного завдання: якщо учень отримав правильну відповідь і навів повне її обґрунтування, то завдання оцінюється максимальною кількістю балів; якщо учень навів окремі етапи правильного розв'язання завдання, то – кількістю балів, меншою від максимально можливої за це завдання.

4. Завдання для експрес-контролю знань (ЕК). Якщо учень пропустив урок, на якому проводилася ТКР, йому можна запропонувати рівневі завдання для ЕК. Автор пропонує вчителю спочатку визначити середню поточну оцінку учня, яка враховує відповіді біля дошки, ведення зошита тощо, а потім запропонувати учневі завдання ЕК на один рівень вище за рівень середньої поточної оцінки. Кожен з рівнів, що відповідає рівням навчальних досягнень (середньому, достатньому та високому), має завдання, сума балів за які дорівнює 3. Кожне завдання вчитель оцінює у системі «плюс-мінус», а потім переводить у бали (див. табл. вище).

Якщо під час ЕК учень бездоганно виконав завдання середнього чи достатнього рівня, то вчитель може запропонувати йому завдання більш високого рівня.

Суму середньої поточної оцінки та балів, отриманих за ЕК, учитель може враховувати під час виставлення оцінки за тему як оцінку, яку отримали інші учні під час ТКР, або якимось іншим чином на розсуд учителя.

Аби пригадати основні відомості з планіметрії, учні можуть скористатися Додатком (с. 146).

На сторінках в інтернеті <http://www.ister.in.ua/> і <http://www.genezza.ua/> можна дізнатися про новинки, які допоможуть цікаво та ефективно організувати навчання.

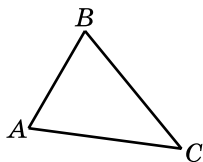
Бажаємо успіхів!

ВПРАВИ

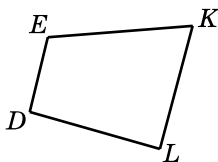
Розділ 1. Чотирикутники

Чотирикутник, його елементи. Сума кутів чотирикутника

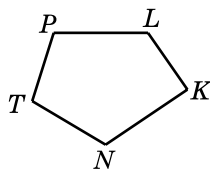
1°. Серед фігур на малюнках (1–6) укажіть чотирикутники. Які з них опуклі, а які – неопуклі?



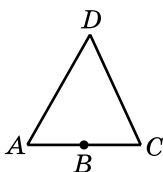
Мал. 1



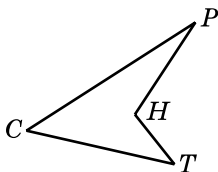
Мал. 2



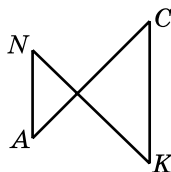
Мал. 3



Мал. 4

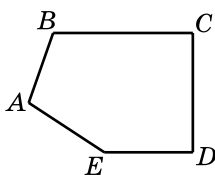


Мал. 5

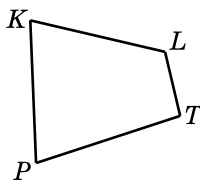


Мал. 6

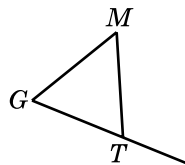
2°. Серед фігур на малюнках (7–12) укажіть чотирикутники. Які з них опуклі, а які – неопуклі?



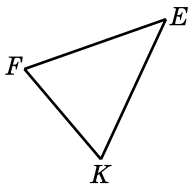
Мал. 7



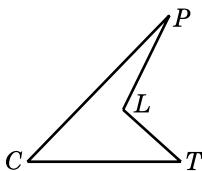
Мал. 8



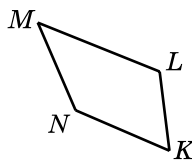
Мал. 9



Мал. 10



Мал. 11

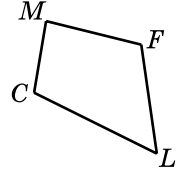


Мал. 12

3°. Накресліть чотирикутник $ABKL$. Запишіть вершини, сторони та кути цього чотирикутника.

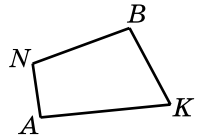
4°. Накресліть чотирикутник $CDMN$. Запишіть вершини, сторони та кути цього чотирикутника.

- 5°. На малюнку 13 зображено чотирикутник $CMFL$. Укажіть:
- 1) пари протилежних сторін;
 - 2) усі пари сусідніх сторін;
 - 3) пари протилежних вершин;
 - 4) усі пари сусідніх вершин;
 - 5) діагоналі чотирикутника;
 - 6) ще два деяких позначення цього чотирикутника.



Мал. 13

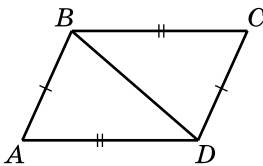
- 6°. На малюнку 14 зображено чотирикутник $ANBK$. Запишіть:
- 1) пари протилежних сторін;
 - 2) усі пари сусідніх сторін;
 - 3) пари протилежних вершин;
 - 4) усі пари сусідніх вершин;
 - 5) діагоналі чотирикутника;
 - 6) ще два деяких позначення цього чотирикутника.



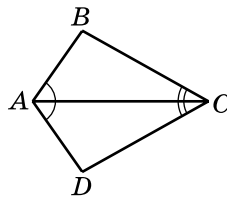
Мал. 14

- 7°. Накресліть опуклий чотирикутник $CFKN$ і неопуклий $ALDT$. Проведіть діагоналі в кожному з них.
- 8°. Накресліть чотирикутники: опуклий $ANBT$ і неопуклий $CLFM$. Проведіть діагоналі в кожному з них.
- 9°. Чи існує чотирикутник з кутами:
- 1) 90° ; 120° ; 90° і 60° ;
 - 2) 80° ; 90° ; 100° і 70° ?
- 10°. Чи існує чотирикутник з кутами:
- 1) 90° ; 90° ; 130° і 70° ;
 - 2) 40° ; 50° ; 120° і 150° ?
- 11°. Накресліть чотирикутник, у якого:
- 1) два сусідні кути – тупі;
 - 2) один з двох протилежних кутів гострий, а інший – прямий.
- 12°. Накресліть чотирикутник, у якого:
- 1) один з двох сусідніх кутів гострий, а інший – прямий;
 - 2) два протилежні кути тупі.
- 13°. Знайдіть четвертий кут чотирикутника, якщо три кути його дорівнюють:
- 1) 130° ; 120° і 30° ;
 - 2) 37° ; 42° і 95° .
- Опуклим чи неопуклим є кожний чотирикутник?
- 14°. Знайдіть четвертий кут чотирикутника, якщо його три кути дорівнюють:
- 1) 30° ; 50° і 90° ;
 - 2) 45° ; 92° і 101° .

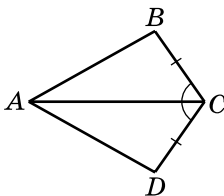
- 15°. Один з кутів чотирикутника дорівнює 150° , а три інші – рівні між собою. Знайдіть невідомі кути чотирикутника.
- 16°. Два кути чотирикутника дорівнюють 70° і 110° , а два інші – рівні між собою. Знайдіть невідомі кути чотирикутника.
- 17°. Знайдіть периметр чотирикутника зі сторонами 47 мм, 3,5 см, 0,5 дм і 0,08 м.
- 18°. Обчисліть периметр чотирикутника, сторони якого дорівнюють 0,09 м, 0,4 дм, 5,7 см і 49 мм.
- 19°. Периметр чотирикутника дорівнює 100 см, а дві його сторони – 30 см і 20 см. Знайдіть невідомі сторони чотирикутника, якщо вони рівні між собою.
- 20°. Три сторони чотирикутника рівні між собою, а четверта дорівнює 40 см. Знайдіть невідомі сторони чотирикутника, якщо його периметр дорівнює 130 см.
- 21°. У чотирикутнику $ABCD$ (мал. 15) $AB = CD$, $AD = BC$. Доведіть, що $\triangle ABD = \triangle CDB$.
- 22°. У чотирикутнику $ABCD$ (мал. 16) $\angle BAC = \angle DAC$, $\angle BCA = \angle DCA$. Доведіть, що $\triangle ABC = \triangle ADC$.
- 23°. У чотирикутнику $ABCD$ (мал. 17) $BC = DC$, $\angle ACB = \angle ACD$. Доведіть, що $AB = AD$.
- 24°. У чотирикутнику $ABCD$ (мал. 18) $AD = BC$, $\angle DBC = \angle ADB$. Доведіть, що $\angle A = \angle C$.



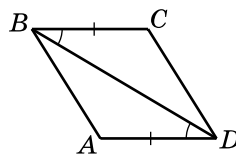
Мал. 15



Мал. 16



Мал. 17



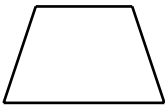
Мал. 18

25. Запишіть усі можливі варіанти позначення чотирикутника $CLMK$.
26. Зазначте, як можна записати позначення чотирикутника $BKLF$.
27. Знайдіть сторони чотирикутника, якщо вони пропорційні числам 5, 6, 7 і 12, а периметр чотирикутника дорівнює 60 см.
28. Кути чотирикутника пропорційні числам 7, 8, 9 і 6, знайдіть ці кути.
29. Один з кутів чотирикутника у 2 рази менший від другого кута, на 20° більший за третій і на 30° менший за четвертий. Знайдіть кути чотирикутника.
30. Периметр чотирикутника дорівнює 41 см. Одна зі сторін чотирикутника у 2 рази менша за другу, на 1 см більша за третю і на 2 см менша за четверту. Знайдіть сторони чотирикутника.
31. Знайдіть невідомі сторони чотирикутника, периметр якого дорівнює 52 см, одна зі сторін 10 см, друга та третя відносяться як 5 : 9, а четверта дорівнює півсумі другої та третьої.
32. Знайдіть невідомі кути чотирикутника, якщо один з них дорівнює 90° , другий та третій відносяться як 5 : 3, а четвертий дорівнює піврізниці другого та третього.
33. Знайдіть кути чотирикутника, якщо другий дорівнює $\frac{1}{5}$ першого, третій – 60 % першого, а четвертий кут дорівнює третьому.
34. Периметр чотирикутника дорівнює 60 см. Друга сторона дорівнює $\frac{4}{5}$ першої, третя – 40 % першої, а четверта дорівнює другій. Знайдіть сторони чотирикутника.
35. Чи можна стверджувати, що в кожному чотирикутнику є хоча б один кут, не більший за 90° ?
36. Чи можна стверджувати, що в кожному чотирикутнику є хоча б один кут, не менший за 90° ?
37. Відомо, що один з кутів чотирикутника більший за суму інших його кутів. Опуклим чи неопуклим є цей чотирикутник?

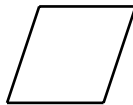
38. Побудуйте чотирикутник зі сторонами 5 см, 5 см, 3 см і 4 см та кутом 80° між рівними сторонами. Скільки розв'язків має задача?
39. Побудуйте чотирикутник зі сторонами 6 см, 6 см, 5 см і 3 см та кутом 70° між рівними сторонами.
40. Чи можна побудувати чотирикутник зі сторонами 4 см, 4 см, 3 см і 1 см та кутом 60° між рівними сторонами?
41. Доведіть, що довжина будь-якої сторони чотирикутника менша від суми довжин трьох інших сторін.
42. Чи можуть сторони чотирикутника дорівнювати:
 1) 5 дм, 12 дм, 3 дм і 4 дм;
 2) 19 см, 8 см, 10 см і 11 см?
43. Чи можуть сторони чотирикутника дорівнювати:
 1) 5 см, 17 см, 9 см і 6 см;
 2) 30 дм, 5 дм, 10 дм і 12 дм?
44. Периметр чотирикутника дорівнює 60 см. Чи може одна зі сторін чотирикутника дорівнювати:
 1) 29 см; 2) 30 см; 3) 32 см?
45. Периметр чотирикутника дорівнює 40 см. Чи може одна зі сторін чотирикутника дорівнювати:
 1) 21 см; 2) 20 см; 3) 18 см?
46. Периметр чотирикутника $ABCD$ дорівнює 23 см, периметр трикутника ABC – 21 см, а трикутника ACD – 20 см. Знайдіть довжину діагоналі AC .
47. Периметр чотирикутника $ABCD$ дорівнює 24 см, а периметри кожного з трикутників ABD і BDC по 20 см. Знайдіть довжину діагоналі BD .

Паралелограм, його властивості й ознаки

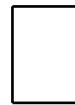
- 48°. Серед фігур на малюнках (19–24) укажіть паралелограм.



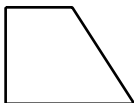
Мал. 19



Мал. 20



Мал. 21



Мал. 22

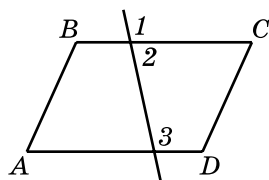


Мал. 23



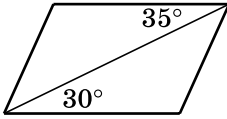
Мал. 24

- 49°. Накресліть паралелограм $ABCD$, у якого кут B тупий.
- 50°. Накресліть паралелограм $MNKL$, у якого кут M гострий.
- 51°. Одна зі сторін паралелограма дорівнює 7 см. Яка довжина протилежної їй сторони?
- 52°. Один із кутів паралелограма дорівнює 50° . Яка градусна міра протилежного йому кута паралелограма?
- 53°. Сторони паралелограма дорівнюють 7 см і 9 см. Знайдіть його периметр.
- 54°. Знайдіть периметр паралелограма, сторони якого дорівнюють 8 см і 5 см.
- 55°. На малюнку 25 $ABCD$ – паралелограм, $\angle 2 = 80^\circ$. Визначте кути 1 і 3.
- 56°. $ABCD$ – паралелограм (мал. 25), $\angle 1 = 110^\circ$. Знайдіть кути 2 і 3.
- 57°. Один з кутів паралелограма дорівнює 50° . Знайдіть інші кути паралелограма.
- 58°. Один з кутів паралелограма дорівнює 140° . Знайдіть невідомі кути паралелограма.
- 59°. Знайдіть периметр паралелограма, одна сторона якого дорівнює 4 см, а інша – на 3 см більша.
- 60°. Обчисліть периметр паралелограма, одна сторона якого дорівнює 9 см, а інша – на 4 см менша.
- 61°. Периметр паралелограма дорівнює 30 см, а одна зі сторін 6 см. Знайдіть довжину сторони паралелограма, яка сусідня із заданою.
- 62°. Одна зі сторін паралелограма дорівнює 8 см, а його периметр – 40 см. Знайдіть довжину сторони паралелограма, сусідньої із заданою.
- 63°. Накресліть паралелограм, сторони якого дорівнюють:
1) 3 см і 4 см, а гострий кут 70° ;
2) 5 см і 3 см, а тупий кут 130° .
- 64°. Накресліть паралелограм, сторони якого дорівнюють:
1) 4 см і 2 см, а гострий кут 60° ;
2) 7 см і 3 см, а тупий кут 150° .

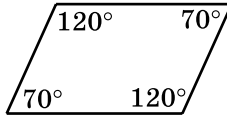


Мал. 25

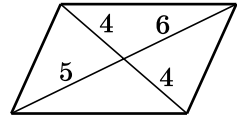
65°. Які помилки допущено в зображенні паралелограмів на малюнках (26–28)?



Мал. 26



Мал. 27



Мал. 28

66°. Знайдіть усі кути паралелограма, якщо:

- 1) сума двох з них дорівнює 140° ;
- 2) один з них на 30° більший за другий;
- 3) один з них у 4 рази менший від другого;
- 4) два кути відносяться як $5 : 7$.

67°. Знайдіть усі кути паралелограма, якщо:

- 1) сума двох з них дорівнює 220° ;
- 2) один з них на 40° менший від другого;
- 3) один з них у 3 рази більший за другий;
- 4) два кути відносяться як $7 : 3$.

68°. У паралелограмі $ABCD$ $\angle BAC = 45^\circ$, $\angle BCA = 40^\circ$. Знайдіть кути паралелограма.

69°. У паралелограмі $KLMN$ $\angle LKM = 55^\circ$, $\angle LMK = 40^\circ$. Знайдіть кути паралелограма.

70°. У паралелограмі $KLMN$ $\angle LKN = 110^\circ$, $\angle KMN = 50^\circ$. Знайдіть кути KML і KLM .

71°. У паралелограмі $ABCD$ $\angle BAD = 70^\circ$, $\angle ACD = 30^\circ$. Знайдіть кути ACB і ABC .

72°. Периметр паралелограма дорівнює 80 см. Знайдіть його сторони, якщо:

- 1) одна з них на 6 см більша за другу;
- 2) різниця сторін дорівнює 12 см;
- 3) одна зі сторін у 7 разів менша від другої;
- 4) сторони відносяться як $5 : 3$.

73°. Периметр паралелограма дорівнює 60 см. Знайдіть його сторони, якщо:

- 1) одна з них на 8 см менша від другої;
- 2) різниця сторін дорівнює 4 см;
- 3) одна зі сторін у 2 рази більша за другу;
- 4) сторони відносяться як $2 : 3$.

74°. O – точка перетину діагоналей паралелограма $ABCD$. Знайдіть діагональ AC , якщо $BD = 16$ см, $AB = 12$ см, а периметр трикутника AOB дорівнює 27 см.

САМОСТІЙНІ РОБОТИ

С-1. Чотирикутник. Паралелограм

Варіант 1

С-1А

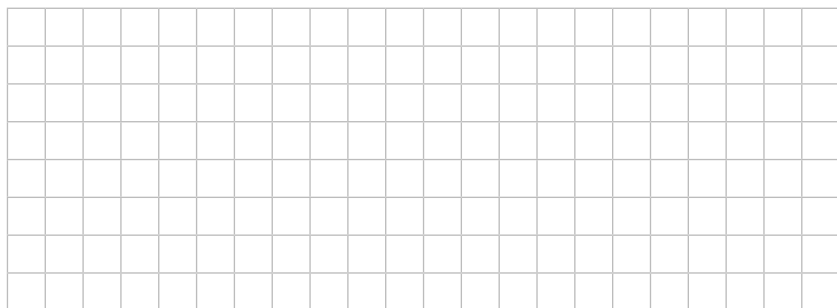
1. Периметр чотирикутника дорівнює 48 см, а дві його сторони 20 см і 16 см. Знайдіть невідомі сторони чотирикутника, якщо вони рівні між собою.
2. Знайдіть усі кути паралелограма, якщо один з них на 40° більший за інший.

С-1Б

1. Знайдіть невідомі кути чотирикутника, якщо один з них дорівнює 120° , другий та третій відносяться як 5 : 3, а четвертий дорівнює півсумі другого та третього.
2. У паралелограмі гострий кут дорівнює 60° , а висота, що проведена з вершини тупого кута, поділяє протилежну сторону на відрізки 4 см і 9 см, рахуючи від вершини гострого кута. Знайдіть периметр паралелограма.

С-1В

1. Периметр чотирикутника $ABCD$ дорівнює 31 см, периметр трикутника ABC – 24 см, а трикутника ADC – 25 см. Знайдіть довжину діагоналі AC .
2. Два кути паралелограма відносяться як 1 : 2. Знайдіть кут між висотами паралелограма, проведеними з вершини:
 - 1) тупого кута;
 - 2) гострого кута.



Варіант 2**С-1А**

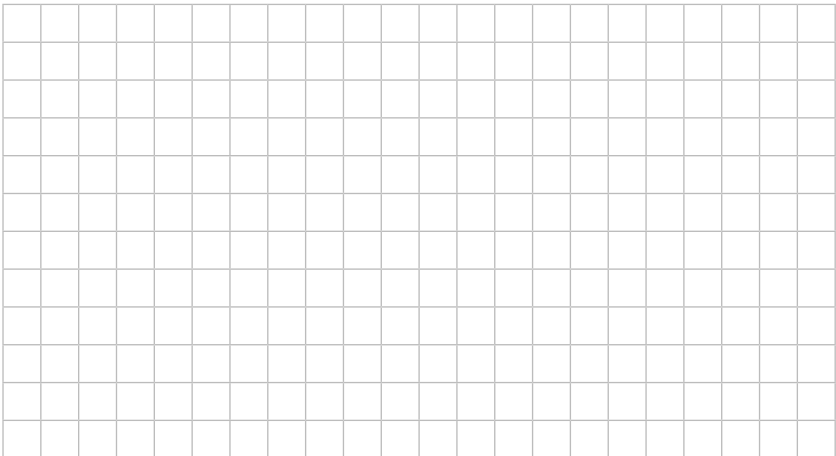
1. Периметр чотирикутника дорівнює 42 см, а дві його сторони 10 см і 18 см. Знайдіть невідомі сторони чотирикутника, якщо вони рівні між собою.
2. Знайдіть усі кути паралелограма, якщо один з них на 30° менший за інший.

С-1Б

1. Знайдіть невідомі кути чотирикутника, якщо один з них дорівнює 60° , другий та третій відносяться як 3 : 7, а четвертий дорівнює півсумі другого та третього.
2. У паралелограмі гострий кут дорівнює 60° , а висота, що проведена з вершини тупого кута, поділяє протилежну сторону на відрізки 5 см і 2 см, рахуючи від вершини тупого кута. Знайдіть периметр паралелограма.

С-1В

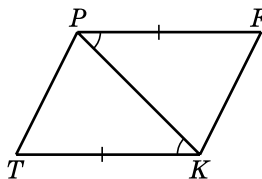
1. Периметр чотирикутника $ABCD$ дорівнює 31 см, периметр трикутника ABD – 22 см, а трикутника BCD – 25 см. Знайдіть довжину діагоналі BD .
2. Два кути паралелограма відносяться як 1 : 5. Знайдіть кут між висотами паралелограма, проведеними з вершини:
 - 1) тупого кута;
 - 2) гострого кута.

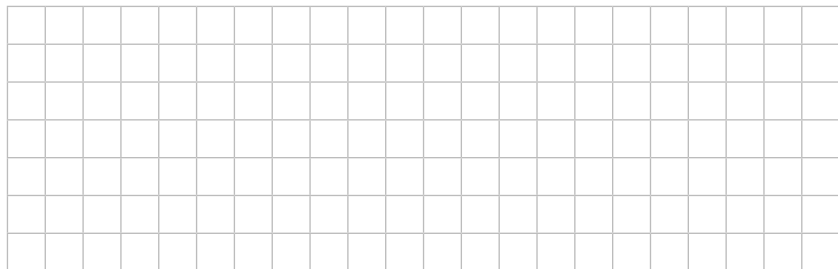


ТЕМАТИЧНІ КОНТРОЛЬНІ РОБОТИ

ТКР-1. Чотирикутник, його елементи. Паралелограм та його види

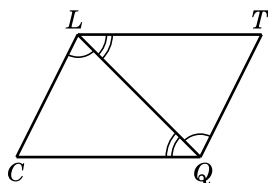
Варіант 1

- 1° (1 бал). Накресліть чотирикутник $PMFC$ та проведіть його діагоналі.
- 2° (1 бал). Знайдіть кути паралелограма, якщо один з них дорівнює 70° .
- 3° (1 бал). Знайдіть периметр квадрата, якщо його сторона дорівнює 6 дм.
- 4° (1 бал). Периметр прямокутника дорівнює 22 см. Знайдіть його сторони, якщо одна з них на 3 см менша за другу.
- 5° (1 бал). Дано: $ABCD$ – ромб, $\angle DBA = 15^\circ$. Знайдіть кути ромба.
- 6° (1 бал). На малюнку $PF = TK$, $\angle KPF = \angle PKT$. Доведіть, що $TPFK$ – паралелограм.
- 
- 7 (2 бали). Знайдіть кути чотирикутника, якщо вони пропорційні числам 1, 4, 7, 8. Опуклим чи неопуклим є цей чотирикутник?
- 8 (2 бали). Висоти, проведені з вершини гострого кута ромба, утворюють кут 140° . Знайдіть кути ромба.
- 9 (2 бали). Бісектриса кута M паралелограма $MNKL$ ділить сторону NK на два відрізки NA і AK так, що $NA : AK = 3 : 5$. Знайдіть сторони паралелограма, якщо його периметр дорівнює 44 см.



Варіант 2

- 1° (1 бал). Накресліть чотирикутник $CDPF$ та проведіть його діагоналі.
- 2° (1 бал). Знайдіть кути паралелограма, якщо один з них дорівнює 130° .
- 3° (1 бал). Знайдіть периметр квадрата, якщо його сторона дорівнює 9 см.
- 4° (1 бал). Периметр прямокутника дорівнює 14 см. Знайдіть його сторони, якщо одна з них на 3 см більша за другу.
- 5° (1 бал). Дано: $ABCD$ – ромб, $\angle BDC = 75^\circ$. Знайдіть кути ромба.
- 6° (1 бал). На малюнку $\angle CLQ = \angle LQT$, $\angle LQC = \angle QLT$. Доведіть, що $CLTQ$ – паралелограм.
- 7 (2 бали). Знайдіть кути чотирикутника, якщо вони пропорційні числам 1, 2, 3, 9. Опуклим чи неопуклим є цей чотирикутник?
- 8 (2 бали). Висоти, проведені з вершини тупого кута ромба, утворюють кут 50° . Знайдіть кути ромба.
- 9 (2 бали). Бісектриса кута N паралелограма $MNKL$ ділить сторону KL на два відрізки KB і BL так, що $KB : BL = 7 : 2$. Знайдіть сторони паралелограма, якщо його периметр дорівнює 96 см.



ЗАВДАННЯ ДЛЯ ЕКСПРЕС-КОНТРОЛЮ ЗНАНЬ

ЕК-1. Чотирикутник, його елементи. Паралелограм та його види

Варіант 1

Середній рівень

- 1° (1 бал). O – точка перетину діагоналей ромба $ABCD$, $\angle A = 130^\circ$. Знайдіть кути трикутника ABD .
- 2° (2 бали). Периметр паралелограма дорівнює 30 см. Знайдіть його сторони, якщо одна з них у 4 рази більша за іншу.

Достатній рівень

- 1 (1 бал). У паралелограмі $ABCD$ бісектриса кута A ділить сторону DC на відрізки $DK = 4$ см і $KC = 3$ см. Знайдіть периметр паралелограма.
- 2 (2 бали). Знайдіть кут між меншою стороною й діагоналлю прямокутника, якщо він на 55° менший від кута між діагоналями, який лежить проти більшої сторони.

Високий рівень

- 1 (2 бали). Висота, проведена з вершини тупого кута ромба, ділить його сторону навпіл. Знайдіть периметр ромба, якщо його менша діагональ дорівнює 2 см.
- 2 (2 бали). У рівнобедрений прямокутний $\triangle ABC$ ($\angle C = 90^\circ$) вписано квадрат $SKLM$ так, що прямий кут квадрата та трикутника спільний, а точка L належить AB . Знайдіть сторону квадрата, якщо сума катетів трикутника дорівнює 20 см.



Варіант 2

Середній рівень

- 1° (1 бал). O – точка перетину діагоналей ромба $ABCD$, $\angle B = 70^\circ$. Знайдіть кути трикутника BDC .
- 2° (2 бали). Периметр паралелограма дорівнює 32 см. Знайдіть його сторони, якщо одна з них у 3 рази більша за іншу.

Достатній рівень

- 1 (1 бал). У паралелограмі $ABCD$ бісектриса кута B ділить сторону AD на відрізки $AL = 7$ см і $LD = 3$ см. Знайдіть периметр паралелограма.
- 2 (2 бали). Знайдіть кут між більшою стороною і діагоналлю прямокутника, якщо він на 35° менший від кута між діагоналями, який лежить проти меншої сторони.

Високий рівень

- 1 (2 бали). У ромбі висота, проведена з вершини тупого кута, ділить сторону ромба навпіл. Знайдіть меншу діагональ ромба, якщо його периметр дорівнює 32 см.
- 2 (2 бали). У рівнобедрений прямокутний $\triangle ABC$ ($\angle C = 90^\circ$) вписано квадрат $CPTE$ так, що прямий кут квадрата та трикутника спільний, а точка T належить AB . Знайдіть суму катетів трикутника, якщо сторона квадрата дорівнює 3 см.



ВІДПОВІДІ ТА ПОРАДИ ДО ВПРАВ

27. 10 см; 12 см; 14 см і 24 см. 28. 84° ; 96° ; 108° і 72° .
29. 70° ; 140° ; 50° ; 100° . 30. 8 см; 16 см; 7 см; 10 см.
31. 10 см; 18 см; 14 см. 32. 150° ; 90° ; 30° . 33. 150° ; 30° ;
 90° ; 90° . 34. 20 см; 16 см; 8 см; 16 см. 35. Так. 36. Так.
37. Неопуклим. 40. Ні. 42. 1) Ні; 2) так. 43. 1) Так; 2) ні.
44. 1) Так; 2) ні. 45. 1), 2) Ні; 2) так. 46. 9 см. 47. 8 см.
74. 14 см. 75. 12 см. 83. 108° і 72° . 84. 56° і 124° .
85. $BQ = QK$. 88. 26 см. 89. $BM = 5$ см; $MC = 4$ см. 92. Так.
93. Так. 97. 38 см. 98. 46 см. 99. 50° і 130° . 100. 140° і 40° .
101. 8 см і 14 см. 102. 6 см і 15 см. 104. 1) 80° ; 2) 100° .
105. 1) 115° ; 2) 65° . 106. 4 см і 7 см. 107. 6 см і 10 см.
138. 1) 70° ; 2) 56° . 139. 1) 20° ; 2) 42° . 142. 3 см. 143. 2 см.
144. 140° . 145. 40° . 146. 40 см. 147. 4 см і 5 см. 150. 3 см
і 12 см. 151. 3 см; 6 см. 152. 14 см і 8 см. 153. 10 см
і 18 см. 154. 1) $BD = 32$ см; $AB = 16$ см; 2) $AC = 6$ см;
 $CD = 12$ см. 155. $OL = 5$ см; $BD = 20$ см. 156. 9 см.
157. 24 см. 158. 6 см. 159. 15 см і 6 см. 160. 36 см або
24 см. 185. 1) 84° і 96° ; 2) 126° і 54° . 186. 1) 76° і 104° ;
2) 84° і 96° . 187. Усі сторони по 5 см. 190. 50° і 130° .
191. 140° і 40° . 192. 140° і 40° . 193. 80° і 100° . 194. 1) 30°
і 150° ; 2) 15° . 195. 1) 60° і 120° ; 2) 3 см. 196. 1) 60° і 120° ;
2) 28 см. 199. Ромб. 200. Ромб. 201. $\frac{3a}{2}$ см. 202. $\frac{2b}{3}$ см.
217. 135° . 218. 45° . 219. 75° . 220. 65° . 223. 56 см. 224. Усі
відстані по 5 см. 225. Ромб. 227. Прямокутник. 228. 45° .
229. 20 см. 230. 36 см. 231. 12 см. 233. 15 см. 234. 24 см.
235. 20 см. 236. 6 см. 268. Рівнобічна. 269. 12 см.
270. 15 см. 271. 8 см. 272. 5 см. 274. 75° і 105° . 275. 40° .
276. 35° . 277. 150° і 30° . 278. 80° і 100° . 279. 55° . 280. По
7 см. 281. 42 см. 282. 38 см. 283. 6 см. 286. 6 см.
287. $BC = CD = 6$ см. 288. $AB = 8$ см; $AD = 16$ см. 289. 68°
і 112° . 290. 76° і 104° . 291. 10 см. 292. 24 см. 293. 7 см.
294. $2a$ см. 295. 9 см. 296. 6 см. 297. $2b$ см. 298. 72° і 108° .
301. 19 см. 302. 9 см. 316. 120° . 317. 70° . 319. 72° і 108° .
320. 126° і 54° . 321. 1) 105° ; 2) 100° . 322. 1) 80° ; 2) 115° .
323. $\angle AOB = 60^\circ$; $\angle BOC = 140^\circ$; $\angle COA = 160^\circ$.
324. $\angle AOB = 100^\circ$; $\angle BOC = 140^\circ$; $\angle AOC = 120^\circ$. 325. 30° .
326. 6 см. 327. 80° . 330. 36° . 331. 58° . 332. 2) 160° .
333. 1) 70° ; 2) 136° . 334. 50° ; 65° ; 65° або 130° ; 25° ; 25° .
335. 60° ; 60° ; 60° або 120° ; 30° ; 30° . 336. 90° ; 18° ; 72° .
337. 60° ; 40° ; 80° . 338. 90° ; 108° ; 90° . 339. 72° ; 126° ; 108° ;
 54° . 340. 70° ; 55° ; 55° або 110° ; 35° ; 35° , або 70° ; 70° ; 40° .
341. 20° ; 80° ; 80° або 160° ; 10° ; 10° , або 20° ; 20° ; 140° .

- 358.** 5 см. **359.** 16 см. **360.** 72° ; 144° ; 108° ; 36° . **361.** 50° ; 70° ; 130° ; 110° . **362.** Так. **363.** Так. **364.** 50° . **365.** 30° . **366.** 64° . **367.** 78° . **368.** 4 см і 8 см. **369.** 30 см. **370.** 3а см. **371.** 6b см. **384.** $OA_1 = A_1A_2 = 21$ см; $OB_1 = B_1B_2 = 12$ см. **385.** $OA_1 = A_1A_2 = 16$ см; $OB_1 = B_1B_2 = 10$ см. **386.** 1 : 4. **387.** 2 : 1. **407.** Паралелограм. **408.** 15 см; 21 см; 24 см. **409.** 28 см; 12 см; 20 см. **410.** 12 см; 6 см або 12 см; 24 см. **411.** 14 см; 10 см. **412.** 1) Паралелограм; 2) 22 см. **413.** 1) Ромб; 2) 16 см. **414.** 1) Квадрат; 2) 12 см. **415.** Так. **416.** Так. **417.** 20 см. **418.** 4 см. **419.** 1) Прямокутник; 2) $a + b$. **420.** $\frac{3b}{4}$ см. **421.** $\frac{4c}{3}$ см. **422.** 33 см. **439.** 12 см і 10 см. **440.** 7 см і 10 см. **441.** 32 см; 36 см. **442.** 20 см; 4 см. **443.** 16 см і 8 см. **444.** 16 см; 18 см; 20 см. **445.** 9 см. **446.** 9 см. **447.** 12 см і 20 см. **448.** 6 см і 18 см. **449.** 4 см. **450.** 9 см. **451.** 14 см і 2 см. **452.** 10 см і 2 см. **453.** 5 см; 4 см; 5 см. **454.** 14 см і 18 см. **455.** 7 : 5. **456.** 12 см. **457.** 6 см. **458.** 52 см. **459.** 36 см. **460.** 8 см. **461.** 6 см. **473.** $OA = 4$ см; $AC = 6$ см. **474.** $OB = 4$ см; $BD = 10$ см. **477.** $OB = 8$ см; $BD = 12$ см. **478.** $OA = 8$ см; $AC = 12$ см. **479.** 4 : 3. **480.** 1 : 1. **491.** 1) 8 см; 10 см; 2) 16 см; 20 см; 24 см; 3) 20 см; 25 см; 30 см; 4) 24 см; 30 см; 36 см; 5) 8 см; 10 см; 12 см. **492.** 1) 25 см; 35 см; 2) 6 см; 10 см; 14 см; 3) 9 см; 15 см; 21 см; 4) 18 см; 30 см; 42 см; 5) 12 см; 20 см; 28 см. **493.** Так. **494.** 15 см, 20 см, 25 см і 9 см, 12 см, 15 см. **495.** 8 см; 10 см; 12 см і 20 см; 25 см; 30 см. **529.** 1) $\triangle ACD \sim \triangle CBA$; 2) 6 см. **530.** 1) $\triangle ABC \sim \triangle DCA$; 2) 3 см. **531.** Так. **532.** Ні. **535.** $\triangle ABC \sim \triangle ANM$. **536.** $\triangle BMN \sim \triangle DFE$. **537.** 9 см і 15 см. **538.** $DO = 5$ см; $OB = 2$ см. **539.** $AO = 6$ см; $OC = 4$ см. **540.** 18 см і 9 см. **541.** 16 см і 20 см. **542.** 6 см. **543.** 15 см. **544.** 1) Так; 2) так; 3) 3 см. **545.** $\triangle ABC \sim \triangle BDC$. **546.** $\triangle ABC \sim \triangle DBA$. **547.** 6 см. **548.** 6 см. **549.** 16 см; 16 см; 24 см або 21 см; 21 см; 14 см. **550.** 70 см; 70 см; 40 см або 48 см; 48 см; 84 см. **551.** Так. **552.** Так. **553.** $\triangle ACM \sim \triangle A_1C_1M_1$; $\triangle BCM \sim \triangle B_1C_1M_1$. **554.** 7,5 см. **555.** 5 см. **556.** 2,4 см. **557.** 10 см і 15 см. **558.** 12 см і 9 см. **559.** 9 см. **560.** 2,4 см. **561.** 15 см. **580.** 12 см; рівносторонній. **581.** 48 см. **582.** $AK = 9$ см; $P = 80$ см. **583.** $AK = 32$ см; $P = 160$ см. **584.** 105 см. **585.** 37,5 см і 50 см. **586.** 12 см; 60 см. **587.** 140 см. **588.** 4,8 см; 6 см; 8 см. **589.** 40 см; 12 см; 16 см. **590.** 4 см. **591.** 5 см. **592.** 6 см. **593.** 56 см. **594.** 68 см. **595.** 20 см і 12 см. **607.** $CL = 2$ см; $LB = 3$ см. **608.** 30 см. **609.** 48 см. **610.** 4 см і 10 см. **611.** 45 см.

З М І С Т

ПЕРЕДМОВА	3
ВПРАВИ	6
Розділ 1. Чотирикутники	6
Чотирикутник, його елементи. Сума кутів чотирикутника	6
Паралелограм, його властивості й ознаки	10
Прямокутник і його властивості	16
Ромб і його властивості	20
Квадрат і його властивості	24
Трапеція	26
Вписані та центральні кути	32
Вписані та описані чотирикутники	35
Теорема Фалеса	38
Середня лінія трикутника, її властивості	39
Середня лінія трапеції, її властивості	42
Розділ 2. Подібність трикутників	46
Узагальнена теорема Фалеса	46
Подібні трикутники	47
Ознаки подібних трикутників	49
Середні пропорційні відрізки у прямокутному трикутнику	55
Властивості бісектриси трикутника	58
Застосування подібності трикутників	60
Розділ 3. Розв'язування прямокутних трикутників	65
Теорема Піфагора	65
Перпендикуляр і похила, їхні властивості	71
Синус, косинус і тангенс гострого кута прямокутного трикутника. Співвідношення між сторонами та кутами прямокутного трикутника. Значення синуса, косинуса і тангенса деяких кутів	74
Розв'язування прямокутних трикутників	81
Розділ 4. Многокутники. Площі многокутників	84
Многокутник і його елементи. Опуклі та неопуклі многокутники. Сума кутів опуклого многокутника. Многокутник, вписаний у коло, і многокутник, описаний навколо кола	84
Поняття площі многокутника. Площа прямокутника	87
Площа паралелограма	91
Площа трикутника	95
Площа трапеції	99
САМОСТІЙНІ РОБОТИ	104
С-1. Чотирикутник. Паралелограм	104
С-2. Прямокутник. Ромб. Квадрат	106

С-3. Трапеція. Вписані та центральні кути. Вписані та описані чотирикутники	108
С-4. Теорема Фалеса. Середні лінії трикутника та трапеції	110
С-5. Узагальнена теорема Фалеса. Подібні трикутники. Ознаки подібності трикутників	112
С-6. Середні пропорційні відрізки в прямокутному трикутнику. Властивість бісектриси трикутника	114
С-7. Теорема Піфагора. Перпендикуляр і похила, їхні властивості	116
С-8. Співвідношення між сторонами та кутами прямокутного трикутника. Розв'язування прямокутних трикутників	118
С-9. Многокутник та його елементи. Площа прямокутника	120
С-10. Площі паралелограма, ромба, трикутника, трапеції	122
ТЕМАТИЧНІ КОНТРОЛЬНІ РОБОТИ	124
ТКР-1. Чотирикутник, його елементи. Паралелограм та його види	124
ТКР-2. Трапеція. Вписані та центральні кути. Вписані та описані чотирикутники. Теорема Фалеса. Середні лінії трикутника та трапеції	126
ТКР-3. Подібність трикутників	128
ТКР-4. Розв'язування прямокутних трикутників	130
ТКР-5. Многокутник. Площі многокутників	132
ТКР-6. Підсумкова контрольна робота	134
ЗАВДАННЯ ДЛЯ ЕКСПРЕС-КОНТРОЛЮ ЗНАТЬ	136
ЕК-1. Чотирикутник, його елементи. Паралелограм та його види	136
ЕК-2. Трапеція. Вписані та центральні кути. Вписані та описані чотирикутники. Теорема Фалеса. Середні лінії трикутника та трапеції	138
ЕК-3. Подібність трикутників	140
ЕК-4. Розв'язування прямокутних трикутників	142
ЕК-5. Многокутник. Площі многокутників	144
ДОДАТОК. Відомості з курсу планіметрії	146
Відповіді та поради до вправ	153