

Шановні друзі!

Цьогоріч ви продовжите вивчати одну з найважливіших математичних дисциплін – алгебру. Допоможе вам у цьому підручник, який ви тримаєте в руках.

Під час вивчення теоретичного матеріалу зверніть увагу на текст, надрукований **жирним** шрифтом. Його треба запам'ятати.

Зверніть увагу й на умовні позначення:



– треба запам'ятати;



– вправи для повторення;



– закінчення доведення теореми;



– запитання і завдання до вивченого матеріалу;

117 – завдання для класної роботи;

225 – завдання для домашньої роботи;



– вправи для підготовки до вивчення нової теми;



– рубрика «Життєва математика»;



– рубрика «Цікаві задачі для учнів неледачих»;



– рубрика «Головне в розділі».

Усі вправи розподілено відповідно до рівнів навчальних досягнень і виокремлено так: з позначок , , ,  починаються вправи відповідно початкового, середнього, достатнього та високого рівнів.

Перевірити свої знання на початку навчального року допоможуть «Вправи на повторення курсу алгебри 7 класу», які розміщено в кінці підручника.

Перевірити свої знання та підготуватися до тематичного оцінювання можна, виконуючи вправи «Домашньої самостійної роботи» та «Завдання для перевірки знань». Після кожного розділу наведено вправи для його повторення, а в кінці підручника – «Завдання для перевірки знань за курс алгебри 8 класу».

«Цікаві задачі для учнів неледачих» та «Задачі підвищеної складності» допоможуть підготуватися до математичних змагань та поглибити знання з математики.

Автор намагався подати теоретичний матеріал підручника простою, доступною мовою, проілюструвати його значною кількістю прикладів. Після вивчення теоретичного матеріалу у школі його обов'язково треба опрацювати вдома.

Підручник містить велику кількість вправ. Більшість з них ви розглянете на уроках та під час домашньої роботи, інші вправи рекомендується розв'язати самостійно.

Цікаві факти з історії розвитку та становлення математики як науки ви знайдете у рубриці «А ще раніше...»

Шановні вчительки та вчителі!

Пропонований підручник містить велику кількість вправ; вправи більшості параграфів подано «із запасом». Тож обирайте їх для використання на уроках і позаурочних заняттях та як домашні завдання залежно від поставленої мети, рівня підготовленості учнів, ступеня диференціації навчання тощо.

«Вправи на повторення курсу алгебри 7 класу» допоможуть діагностувати вміння й навички учнів з алгебри за попередній рік та повторити навчальний матеріал. Додаткові вправи рубрики «Завдання для перевірки знань» призначено для учнів, які впоралися з основними завданнями раніше за інших учнів. Правильне їх розв'язання вчитель може оцінити окремо. Вправи для повторення розділів можна запропонувати учням під час узагальнюючих уроків або під час повторення і систематизації навчального матеріалу в кінці навчального року. «Задачі підвищеної складності» та «Цікаві задачі для учнів неледачих» допоможуть задовольнити підвищену цікавість учнів до предмета і сприятимуть їх підготовці до різноманітних математичних змагань.

Шановні батьки!

Якщо ваша дитина пропустить один чи кілька уроків з алгебри, необхідно запропонувати їй за підручником удома самостійно опрацювати матеріал цих уроків. Спочатку учень має прочитати теоретичний матеріал, який викладено простою, доступною мовою та містить значну кількість зразків розв'язування вправ, а потім із запропонованих у відповідному тематичному параграфі завдань розв'язати посильні їй вправи.

Упродовж опрацювання дитиною курсу алгебри 8 класу ви можете пропонувати їй додатково розв'язувати вдома вправи, що не розглядалися під час уроку. Це сприятиме якнайкращому засвоєнню навчального матеріалу.

Кожна тема закінчується тематичним оцінюванням. Перед його проведенням запропонуйте дитині розв'язати завдання «Домашньої самостійної роботи», які подано в тестовій формі, та «Завдання для перевірки знань». Це допоможе пригадати основні типи вправ та якісно підготуватися до тематичного оцінювання.



Розділ 1

Раціональні вирази

У цьому розділі ви:

- **пригадаєте** основну властивість звичайного дробу та основні властивості рівнянь;
- **ознайомитеся** з поняттями раціонального виразу, раціонального дробу, раціонального рівняння; з функцією $y = \frac{k}{x}$, степенем із цілим показником, стандартним виглядом числа;
- **навчитися** скорочувати раціональні дроби та зводити їх до нового знаменника; виконувати арифметичні дії з раціональними дробами; розв'язувати раціональні рівняння.

§ 1. РАЦІОНАЛЬНІ ВИРАЗИ. 1. РАЦІОНАЛЬНІ ДРОБИ

У курсі алгебри 7 класу ви вже знайомилися із **цілими раціональними виразами**, тобто з виразами, що не містять ділення на вираз зі змінною, наприклад:

$$5t^2p; \quad 4c^3 + t^9; \quad (m - n)(m^2 + n^7); \quad k^9 - \frac{p + l}{4}.$$

Будь-який цілий вираз можна подати у вигляді многочлена стандартного вигляду, наприклад:

$$(m - n)(m^2 + n^7) = m^3 + mn^7 - nm^2 - n^8;$$

$$k^9 - \frac{p + l}{4} = k^9 - \frac{1}{4}p - \frac{1}{4}l.$$

На відміну від цілих виразів, вирази

$$5m - \frac{3}{p}; \quad \frac{x + 2}{y - 9}; \quad \frac{1}{5}x - \frac{19}{m^2}; \quad \frac{a - b}{a^2 + ab + b^2}; \quad \frac{1}{(x - y)(x^2 + 7)}$$

містять ділення на вираз зі змінною. Такі вирази називають **дробовими раціональними виразами**.

Цілі раціональні і дробові раціональні вирази називають **раціональними виразами**.



Раціональні вирази – це математичні вирази, які містять дії додавання, віднімання, множення, ділення та піднесення до степеня із цілим показником.

Цілий раціональний вираз має зміст при будь-яких значеннях змінних, що до нього входять, оскільки для знаходження його значення треба виконати дії додавання, віднімання і множення та ділення на число, відмінне від нуля, що завжди можливо.



Вираз вигляду $\frac{P}{Q}$, де P і Q – многочлени, називають раціональним дробом.

Розглянемо раціональний дріб $\frac{5}{x-3}$. Його значення можна знайти для будь-якого значення x , крім $x = 3$, оскільки при $x = 3$ знаменник дробу дорівнюватиме нулю. У такому випадку кажуть, що вираз $\frac{5}{x-3}$ має зміст при всіх значеннях змінної x , крім $x = 3$ (або при $x = 3$ не має змісту).



Значення змінних, при яких вираз має зміст, називають допустимими значеннями змінних у виразі.

Ці значення утворюють **область визначення виразу**, або **область допустимих значень змінних у виразі**.

Приклад 1. Знайдіть допустимі значення змінної у виразі:

$$1) \frac{m-3}{9}; \quad 2) \frac{5}{p+2}; \quad 3) \frac{x+7}{x(x-9)}; \quad 4) \frac{7}{|y|-3}.$$

Розв'язання. 1) Вираз має зміст при будь-яких значеннях змінної m . 2) Допустимі значення змінної p – усі числа, крім числа -2 , оскільки це значення змінної перетворює знаменник дробу на нуль. 3) Знаменник дробу $\frac{x+7}{x(x-9)}$ перетворюється на нуль, якщо $x = 0$ або $x = 9$. Тому допустимі значення змінної x – усі числа, крім чисел 0 і 9 . 4) Допустимі значення змінної y – усі числа, крім 3 і -3 . Скорочено *відповіді* можна записати так: 1) m – будь-яке число; 2) $p \neq -2$; 3) $x \neq 0$; $x \neq 9$; 4) $y \neq 3$; $y \neq -3$.

Розглянемо умову рівності дробу нулю. Оскільки $\frac{0}{Q} = 0$, якщо $Q \neq 0$, то можна дійти до висновку, що $\frac{P}{Q} = 0$ тоді і тільки тоді, коли чисельник P дорівнює нулю, а знаменник Q не дорівнює нулю, тобто за умови
$$\begin{cases} P = 0, \\ Q \neq 0. \end{cases}$$

Приклад 2. При яких значеннях змінної дорівнює нулю значення дробу: 1) $\frac{x-3}{x+1}$; 2) $\frac{(a-2)(a+1)}{a+5}$; 3) $\frac{b(b-7)}{b-7}$?

Розв'язання. 1) Чисельник дробу дорівнює нулю, якщо $x = 3$, при цьому знаменник нулю не дорівнює. Тому число 3 є тим значенням змінної, при якому даний дріб дорівнює нулю.

2) Чисельник дробу дорівнює нулю, якщо $a = 2$ або $a = -1$. При кожному із цих значень знаменник дробу нулю не дорівнює. Тому числа 2 і -1 є тими значеннями змінної, при яких даний дріб дорівнює нулю.

3) Чисельник дробу дорівнює нулю, якщо $b = 0$ або $b = 7$. Якщо $b = 0$, знаменник дробу нулю не дорівнює, а якщо $b = 7$, знаменник дробу перетворюється на нуль, тобто дріб не існує. Отже, даний дріб дорівнює нулю лише при $b = 0$.

Відповідь. 1) $x = 3$; 2) $a = 2, a = -1$; 3) $b = 0$.

А ще раніше...

Давньогрецький математик Діофант (бл. III ст. н. е.) розглянув раціональні дробі та дії з ними у своїй праці «Арифметика». Зокрема на сторінках цієї книжки можна зустріти доведення тотожностей

$$30 \cdot \frac{144}{x^4 + 900 - 60x^2} + \frac{60}{x^2 - 30} = \frac{60x^2 + 2520}{x^4 + 900 - 60x^2}$$

$$\text{та } \frac{96}{x^4 + 36 - 12x^2} - \frac{12}{6 - x^2} = \frac{12x^2 + 24}{x^4 + 36 - 12x^2},$$

які записано тодішньою символікою.

Видатний англійський учений Ісаак Ньютон (1643–1727) у своїй монографії «Універсальна арифметика» (1707 р.) означає дріб наступним чином: «Запис однієї з двох величин під іншою, нижче якої між ними проведено риску, означає частку або ж величину, що виникає при діленні верхньої величини на нижню». У цій роботі Ньютон розглядає не тільки звичайні дробі, а й раціональні.



Які вирази називають цілими раціональними виразами, а які – дробовими раціональними виразами? Наведіть приклади таких виразів. Які вирази називають раціональними виразами? Що таке раціональний дріб? Наведіть приклади. Що називають допустимими значеннями змінної? Сформулюйте умову рівності дробу $\frac{P}{Q}$ нулю?



Розв'яжіть задачі та виконайте вправи

1. (Усно.) Які з виразів є цілими, а які – дробовими:

1) $\frac{1}{7}m^3n$; 2) $\frac{a+1}{a}$; 3) $m^2 + 2m - 8$; 4) $\frac{b-2}{8}$;

5) $\frac{1}{x^2 + m^2}$; 6) $\frac{x+y-a}{10}$; 7) $(p-2)^2 + 7p$; 8) $a^2 + \frac{2}{a}$?

2. Серед раціональних виразів $a^3 - ab$; $\frac{m}{17}$; $\frac{17}{a}$; $t(t-1) + \frac{t}{p}$; $\frac{1}{9}a - \frac{1}{8}b$; $\frac{7}{x^2 + 1} - 5$ знайдіть і выпишіть ті, що є:

1) цілими; 2) дробовими.

3. Які з дробів є раціональними дробами:

1) $\frac{a}{a^2 - 3}$; 2) $\frac{m\left(n + \frac{1}{k}\right)}{p^2 - 2}$; 3) $\frac{x^2 - 4x + 5}{y^2 - 9}$; 4) $\frac{\frac{x}{x+2}}{m-3}$?

4. Знайдіть значення виразу:

1) $\frac{3a+9}{a^2}$, якщо $a = 1$; -2 ; -3 ;

2) $\frac{x+3}{x} - \frac{x}{x-2}$, якщо $x = 4$; -1 .

5. Дізнайтеся прізвище видатного українського авіаконструктора. Для цього знайдіть значення виразу з першої таблиці та перенесіть літери, що відповідають цим значенням, у другу таблицю. Користуючись будь-якими інформаційними джерелами, ознайомтеся з біографією цього авіаконструктора.

x	-3	-1	0	2	3
$\frac{1+x}{1-x}$					
Літери	Т	В	А	О	Н

1	-2	-0,5	-3	-2	-3	0

6. Складіть дріб:

1) чисельником якого є різниця змінних a і b , а знаменником – їх сума;

2) чисельником якого є добуток змінних x і y , а знаменником – сума їх квадратів.

7. Знайдіть допустимі значення змінної у виразі:

1) $m^2 - 5$; 2) $\frac{3a - 5}{a}$; 3) $\frac{7b + 9}{8}$; 4) $\frac{t - 9}{t + 1}$;

5) $\frac{x^2 + 1}{x} + \frac{2}{x - 7}$; 6) $\frac{p + 2}{p(p - 1)}$; 7) $\frac{3}{x^2 + 1}$; 8) $\frac{1}{m} + \frac{1}{|m| + 5}$.

8. Знайдіть допустимі значення змінної у виразі:

1) $p + 9$; 2) $\frac{a - 7}{a + 4}$; 3) $\frac{b - 9}{4}$;

4) $\frac{x^2 - 3}{x(x + 2)}$; 5) $\frac{2y}{y - 1} + \frac{3}{y + 6}$; 6) $\frac{4}{m^2 + 2}$.

9. За t год автомобіль подолав 240 км. Складіть вираз для обчислення швидкості автомобіля (у км/год). Знайдіть значення цього виразу, якщо $t = 3$; 4.

10. Учень витратив 48 грн для придбання n ручок. Складіть вираз для обчислення ціни ручки (у грн) та обчисліть його значення, якщо $n = 8$; 10.

3 11. При якому значенні змінної значення дробу $\frac{x + 2}{8}$ дорівнює:

1) -2 ; 2) 9 ; 3) $0,01$; 4) $-4,9$?

12. При якому значенні змінної значення дробу $\frac{m - 1}{10}$ дорівнює:

1) -8 ; 2) $0,25$?

13. При якому значенні x дорівнює нулю дріб:

1) $\frac{4x - 8}{x}$; 2) $\frac{x(x + 3)}{x^2}$; 3) $\frac{(x - 1)(x + 7)}{x + 5}$; 4) $\frac{3x - 6}{8 - 4x}$?

14. При якому значенні y дорівнює нулю дріб:

1) $\frac{y}{5y - 7}$; 2) $\frac{(y + 1)y}{y^7}$; 3) $\frac{(y + 2)(y - 3)}{y + 4}$; 4) $\frac{y + 1}{5y + 5}$?

15. Знайдіть допустимі значення змінної у виразі:

$$1) \frac{a+1}{(a-1)(2a+7)}; \quad 2) \frac{t+2}{t^2-7t}; \quad 3) \frac{m}{m^2-25}; \quad 4) \frac{5}{(x-9)^2}.$$

16. Знайдіть допустимі значення змінної у виразі:

$$1) \frac{p-7}{(9-p)(4p+10)}; \quad 2) \frac{a+2}{5a-a^2}; \quad 3) \frac{c}{4-c^2}; \quad 4) \frac{a}{(a+1)^2}.$$

17. Складіть вираз зі змінною x , що мав би зміст при будь-яких значеннях x , крім: 1) $x = 2$; 2) $x = 1$ і $x = -4$.

4 18. Знайдіть допустимі значення змінної у виразі:

$$1) \frac{37}{a(a-2)-3a+6}; \quad 2) \frac{x}{|x|-1}; \quad 3) \frac{5m}{1-\frac{1}{m}}; \quad 4) \frac{4k}{4-|k-2|}.$$

19. Знайдіть область визначення виразу:

$$1) \frac{12}{x(x+2)-4x-8}; \quad 2) \frac{m}{4-|m|}; \quad 3) \frac{7}{\frac{1}{x}+1}; \quad 4) \frac{2a}{|a+2|-3}.$$

20. Визначте знак дробу:

$$1) \frac{x^7}{y^8}, \text{ якщо } x > 0, y < 0; \quad 2) \frac{m+1}{n^7}, \text{ якщо } m > 0, n < 0;$$

$$3) \frac{|p-1|}{n^{19}}, \text{ якщо } p < 0, n > 0; \quad 4) \frac{|a|+1}{c^8}, \text{ якщо } a < 0, c < 0.$$

21. Доведіть, що при будь-якому значенні змінної значення дробу:

$$1) \frac{7}{a^2+1} \text{ є додатним}; \quad 2) \frac{4}{-p^2-2} \text{ є від'ємним};$$

$$3) \frac{(a+1)^2}{a^2+7} \text{ є невід'ємним}; \quad 4) \frac{-(p^2-4)^2}{p^4+1} \text{ є недодатним}.$$



Вправи для повторення

2 22. Перетворіть вираз на многочлен:

$$1) (a^2+2a-7)-(a^2-4a-9); \quad 2) 3x^2y(2x-3y+7);$$

$$3) (x^2-2x)(x+9); \quad 4) (x^2-5)^2+10x^2.$$

3 23. Розв'яжіть рівняння:

$$4x(2x-7)+3x(5-2x)=2x^2+39.$$



Підготуйтеся до вивчення нового матеріалу

24. Скоротіть дріб:

1) $\frac{7}{14}$; 2) $\frac{25}{35}$; 3) $\frac{12}{18}$; 4) $\frac{30}{45}$; 5) $\frac{36}{48}$; 6) $\frac{51}{85}$.

25. Зведіть дріб:

1) $\frac{1}{8}$ до знаменника 24; 2) $\frac{2}{7}$ до знаменника 28;
3) $\frac{4}{15}$ до знаменника 30; 4) $\frac{8}{9}$ до знаменника 63.

26. Подайте у вигляді степеня вираз:

1) m^3m^4 ; 2) pp^7 ; 3) $x^9 : x^3$;
4) $(a^3)^7$; 5) $b^2 \cdot (b^3)^4$; 6) $(c^4)^5 : c^{12}$.

27. На який вираз треба помножити одночлен $2a^2b$, щоб отримати:

1) $2a^3b$; 2) $2a^2b^4$; 3) $4a^5b$; 4) $16a^4b^3$?

28. Розкладіть на множники многочлен:

1) $ab - b^2$; 2) $m^7 + m^5$; 3) $8m^2 - 4mn$;
4) $6a^3b - 15a^2b^2$; 5) $x^2 + 6x + 9$; 6) $c^2 - 10c + 25$;
7) $x^2 - 25$; 8) $p^4 - 49m^2$; 9) $a^2 + ab + 7a + 7b$.



Життєва математика

29. Лікарка Наталя Борисівна веде здоровий спосіб життя, тому на роботу і з роботи їздить на велосипеді. Вранці вона дістається до роботи за 15 хв, рухаючись зі швидкістю 12 км/год. З роботи ж повертається зі швидкістю 10 км/год. Скільки часу витрачає Наталя Борисівна на шлях з роботи додому?



Цікаві задачі для учнів нелегких

30. Один годинник зі стрілками поспішає на 1 хв за добу, а другий – відстає на 30 с за добу. Зараз обидва годинники показують однаковий час. Через скільки діб вони знову покажуть однаковий час?



Життєва математика

139. Після уроків у класах школи зібрано 0,7 кг паперового сміття.

1) Якщо учні школи залишатимуть щодня таку кількість паперу, то скільки його пропаде за 190 навчальних днів в одній школі? В 20 школах району?

2) Для виробництва 1 т паперу потрібно приблизно 900 м² лісу. Якщо учні шкіл району здадуть всі паперові відходи за рік, то скільки м² лісу вони збережуть від вирубування?

3) *Проектна діяльність.* Як можна використати паперові відходи, якщо вони вже є? Завітайте у сусідні супермаркети або крамниці з промисловими та канцелярськими товарами і складіть список товарів, які виробляють з макулатури.



Цікаві задачі для учнів нелегких

140. Для шкільної актові зали придбали люстру на 31 лампочку. Директор школи хоче мати можливість вмикати будь-яку їх кількість, від 1 до 31. Яка найменша кількість звичайних вимикачів для цього знадобиться?

Домашня самостійна робота № 1

Кожне завдання має по чотири варіанти відповіді (А–Г), серед яких лише один є правильним. Оберіть правильний варіант відповіді.

1. Укажіть вираз, що не є цілим раціональним виразом.

А. $\frac{1}{5}a^2xy$

Б. $\frac{m-3}{5}$

В. $\frac{5}{m-3}$

Г. $0,25x + y$

2. Скоротіть дріб $\frac{5ax}{5xy}$.

А. $\frac{5a}{y}$

Б. $\frac{a}{y}$

В. $\frac{y}{a}$

Г. $\frac{a}{5y}$

3. Виконайте дію $\frac{m}{3} - \frac{5}{b}$.

А. $\frac{m-5}{3-b}$

Б. $\frac{3m-5b}{3b}$

В. $\frac{15-mb}{3b}$

Г. $\frac{mb-15}{3b}$

2 4. Знайдіть допустимі значення змінної у виразі $\frac{a-3}{a+2}$.

- А. a – будь-яке число
 Б. a – будь-яке число, крім 3
 В. a – будь-яке число, крім -2
 Г. a – будь-яке число, крім -2 і 3

5. Скоротіть дріб $\frac{2p+4}{p^2-4}$.

- А. $\frac{2}{p-2}$ Б. $\frac{2}{p+2}$ В. $\frac{2}{p}$ Г. $\frac{2}{2-p}$

6. Виконайте дію $\frac{4m}{m-a} + \frac{4a}{a-m}$.

- А. $\frac{4m+4a}{m-a}$ Б. 4 В. -4 Г. $\frac{4m+4a}{a-m}$

3 7. При яких значеннях x дріб $\frac{(3+x)(1-x)}{5x-5}$ дорівнює нулю?

- А. -3 і 1 Б. -3
 В. 1 Г. таких значень x немає

8. Спростіть вираз $\frac{2m}{m-3} + \frac{m}{m+3} + \frac{2m^2}{9-m^2}$.

- А. $\frac{m}{m-3}$ Б. $\frac{m}{m+3}$ В. $\frac{5m^2+3m}{m^2-9}$ Г. $-\frac{1}{3}$

9. Подайте дріб $\frac{m^3-m^4+3}{m^3}$ у вигляді суми цілого виразу і дробу.

- А. $1 - \frac{1}{m} + \frac{3}{m^3}$ Б. $1 + \frac{3}{m^3}$
 В. $1 - m + \frac{3}{m^3}$ Г. $1 - m + \frac{1}{m^3}$

4 10. При яких значеннях x вираз $\frac{x^2-9}{|x+1|-4}$ має зміст?

- А. x – будь-яке число
 Б. x – будь-яке число, крім 3
 В. x – будь-яке число, крім -5
 Г. x – будь-яке число, крім 3 і -5

11. При яких значеннях x дріб $\frac{x^2 - 9}{|x + 1| - 4}$ дорівнює нулю?

А. 3

Б. 3 і -3

В. -3

Г. 3; -5

12. Знайдіть значення виразу $\frac{2(x - 4y)}{(x - 2)(y - 1)} - \frac{x^2 - 8y}{(2 - x)(1 - y)}$, якщо $x = 13$, $y = 0,99$.

А. 1300

Б. -1300

В. 130

Г. -130

ЗАВДАННЯ ДЛЯ ПЕРЕВІРКИ ЗНАЬ ДО §§ 1-4

1. Які з виразів є цілими, а які – дробовими:

1) $\frac{1}{3}a^2b$; 2) $\frac{x - y}{x}$; 3) $\frac{c + 2}{9}$; 4) $p^2 - p - 19$?

2. Скоротіть дріб: 1) $\frac{m^2}{mn}$; 2) $\frac{4ab}{4bc}$.

3. Виконайте дію: 1) $\frac{a - b}{n} + \frac{b}{n}$; 2) $\frac{x}{2} - \frac{3}{y}$.

4. Знайдіть допустимі значення змінної у виразі:

1) $\frac{5}{x(x - 1)}$; 2) $\frac{2a}{a + 2} + \frac{1}{a - 3}$.

5. Скоротіть дріб:

1) $\frac{16am}{20bm}$; 2) $\frac{12am^2}{8mc}$; 3) $\frac{2m - 6}{m^2 - 9}$; 4) $\frac{ax + 2a}{x^2 + 4x + 4}$.

6. Виконайте дію:

1) $\frac{3a}{a - b} + \frac{3b}{b - a}$; 2) $\frac{5x + y}{x^2y} + \frac{x - 5y}{xy^2}$.

7. Спростіть вираз $\frac{2b}{b - 4} + \frac{b}{b + 4} + \frac{2b^2}{16 - b^2}$.

8. Подайте дріб у вигляді суми або різниці цілого виразу і дробу:

1) $\frac{c^2 - c^3 + 5}{c^2}$; 2) $\frac{p^2 - p - 2}{p - 1}$.

9. Побудуйте графік функції $y = \frac{x^2 - 4x}{16 - 4x}$.

Додаткові завдання

4 10. Знайдіть: 1) область визначення виразу $\frac{x^2 - 16}{|x + 1| - 5}$;

2) значення x , при яких дріб $\frac{x^2 - 16}{|x + 1| - 5}$ дорівнює нулю.

11. Спростіть вираз $\frac{3(a - 2b)}{(a - 3)(b - 4)} - \frac{a^2 - 6b}{(3 - a)(4 - b)}$.

§5. МНОЖЕННЯ ДРОБІВ. ПІДНЕСЕННЯ ДРОБУ ДО СТЕПЕНЯ

Нагадаємо, що добутком двох звичайних дробів є дріб, чисельник якого дорівнює добутку чисельників, а знаменник – добутку знаменників цих дробів:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}.$$

Доведемо, що ця рівність є тотожністю для будь-яких значень a , b , c і d за умови, що $b \neq 0$ і $d \neq 0$.

Нехай $\frac{a}{b} = p$, $\frac{c}{d} = q$. Тоді за означенням частки $a = bp$, $c = dq$. Тому $ac = (bp)(dq) = (bd)(pq)$. Оскільки $bd \neq 0$, то, знову врахувавши означення частки, одержимо: $pq = \frac{ac}{bd}$. Отже,

якщо $b \neq 0$ і $d \neq 0$, то $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$. ■

Сформулюємо правило множення дробів.



Щоб помножити дріб на дріб, треба перемножити окремо чисельники і окремо знаменники та записати перший добуток чисельником, а другий – знаменником дробу, тобто

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}.$$

Приклад 1. Виконайте множення $\frac{b^4}{9m^2} \cdot \frac{12m}{b^2}$.

Розв'язання. $\frac{b^4}{9m^2} \cdot \frac{12m}{b^2} = \frac{b^4 \cdot 12m}{9m^2 \cdot b^2} = \frac{4b^2}{3m}$.

Відповідь. $\frac{4b^2}{3m}$.

4 511. Не будуючи графіка функції $y = \frac{4}{x}$, знайдіть ті його точки, координати яких між собою рівні.

512. Не будуючи графіка функції $y = -\frac{9}{x}$, знайдіть ті його точки, координати яких є протилежними числами.

513. Побудуйте графік функції:

$$1) y = \frac{30x - 18x^2}{3x^3 - 5x^2};$$

$$2) y = \frac{4 + x}{x^2 + x} + \frac{3}{x + 1}.$$



Головне в розділі I

РАЦІОНАЛЬНИЙ ВИРАЗ. РАЦІОНАЛЬНИЙ ДРІБ

Раціональний вираз – математичний вираз, що містить дії додавання, віднімання, множення, ділення та піднесення до степеня із цілим показником.

Дріб $\frac{P}{Q}$, де P і Q – многочлени, називають **раціональним дробом**.

Значення змінних, при яких вираз має зміст, називають **допустимими значеннями змінних** у виразі.

ОСНОВНА ВЛАСТИВІСТЬ РАЦІОНАЛЬНОГО ДРОБУ

Якщо чисельник і знаменник дробу помножити або поділити на один і той самий відмінний від нуля вираз, то одержимо дріб, що дорівнює даному.

СКОРОЧЕННЯ ДРОБУ

Щоб скоротити дріб, треба:

- 1) розкласти на множники його чисельник і знаменник (за потреби);
- 2) виконати ділення чисельника і знаменника на їх спільний множник та записати результат.

ДОДАВАННЯ І ВІДНІМАННЯ ДРОБІВ З ОДНАКОВИМИ ЗНАМЕННИКАМИ

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

Щоб додати дроби з однаковими знаменниками, треба додати їх чисельники, а знаменник залишити той самий.

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$$

Щоб відняти дроби з однаковими знаменниками, треба від чисельника зменшуваного відняти чисельник від'ємника, а знаменник залишити той самий.

ДОДАВАННЯ І ВІДНІМАННЯ ДРОБІВ З РІЗНИМИ ЗНАМЕННИКАМИ

Щоб виконати додавання або віднімання дробів з різними знаменниками, треба:

- 1) розкласти на множники знаменники дробів, якщо це потрібно;
- 2) знайти спільний знаменник, бажано найпростіший;
- 3) знайти додаткові множники і звести дроби до спільного знаменника;
- 4) знайти дріб, що є сумою або різницею даних дробів;
- 5) спростити цей дріб та записати результат.

МНОЖЕННЯ ДРОБІВ. ПІДНЕСЕННЯ ДРОБУ ДО СТЕПЕНЯ

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

Щоб помножити дріб на дріб, треба перемножити окремо чисельники і окремо знаменники та записати перший добуток чисельником, а другий – знаменником дробу.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Щоб піднести дріб до степеня, треба піднести до цього степеня чисельник і знаменник і перший результат записати в чисельник, а другий – у знаменник дробу.

ДІЛЕННЯ ДРОБІВ

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

Щоб поділити один дріб на другий, треба ділене помножити на дріб, обернений до дільника.

РІВНОСИЛЬНІ РІВНЯННЯ

Два рівняння називають *рівносильними*, якщо вони мають одні й ті самі корені. Рівносильними вважають і ті рівняння, які коренів не мають.

РАЦІОНАЛЬНІ РІВНЯННЯ

Рівняння, ліва і права частини яких є раціональними виразами, називають *раціональними рівняннями*.

МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ РАЦІОНАЛЬНИХ РІВНЯНЬ

1. Використання умови рівності дробу нулю

- 1) За допомогою тотожних перетворень звести рівняння до вигляду $\frac{P}{Q} = 0$;
- 2) прирівняти чисельник P до нуля і розв'язати одержане ціле рівняння;
- 3) виключити з його коренів ті, при яких знаменник Q дорівнює нулю і записати відповідь.

2. Використання основної властивості пропорції

- 1) Знайти область допустимих значень (ОДЗ) змінної в рівнянні;
- 2) звести рівняння до вигляду $\frac{P}{Q} = \frac{M}{N}$;
- 3) записати ціле рівняння $P \cdot N = M \cdot Q$ і розв'язати його;
- 4) виключити з отриманих коренів ті, що не належать ОДЗ і записати відповідь.

3. Метод множення обох частин рівняння на спільний знаменник дробів

- 1) Знайти область допустимих значень змінної в рівнянні;
- 2) знайти найпростіший спільний знаменник дробів, що входять у рівняння;
- 3) помножити обидві частини рівняння на цей спільний знаменник;
- 4) розв'язати одержане ціле рівняння;
- 5) виключити з його коренів ті, що не належать ОДЗ, і записати відповідь.

СТЕПІНЬ ІЗ ЦІЛИМ ПОКАЗНИКОМ

$$a^0 = 1, a \neq 0.$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}, a \neq 0, n - \text{натуральне число},$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n, a \neq 0, b \neq 0, n - \text{натуральне число}.$$

ВЛАСТИВОСТІ СТЕПЕНЯ ІЗ ЦІЛИМ ПОКАЗНИКОМ

Для будь-якого $a \neq 0, b \neq 0$ і будь-яких цілих m і n :

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$(ab)^n = a^n b^n$$

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

СТАНДАРТНИЙ ВИГЛЯД ЧИСЛА

Стандартним виглядом числа називають його запис у вигляді добутку $a \cdot 10^n$, де $1 \leq a < 10$ і n – ціле число.

$$\text{ФУНКЦІЯ } y = \frac{k}{x}$$

Функцію вигляду $y = \frac{k}{x}$, де x – незалежна змінна, $k \neq 0$, називають *оберненою пропорційністю*.

$$\text{ВЛАСТИВОСТІ ФУНКЦІЇ } y = \frac{k}{x}$$

1. Область визначення функції складається з усіх чисел, крім числа нуль.
2. Область значень функції складається з усіх чисел, крім числа нуль.
3. Графік функції – гіпербола, гілки якої лежать у першому і третьому координатних кутах, якщо $k > 0$, та в другому і четвертому, якщо $k < 0$.
4. Гілки гіперболи необмежено наближаються до осей координат.

ЗМІСТ

Шановні друзі!	3
Шановні вчительки та вчителі!	4
Шановні батьки!	4

Розділ 1. РАЦІОНАЛЬНІ ВИРАЗИ

§ 1. Раціональні вирази. Раціональні дроби	5
§ 2. Основна властивість раціонального дробу	12
§ 3. Додавання і віднімання дробів з однаковими знаменниками	20
§ 4. Додавання і віднімання дробів з різними знаменниками	27
Домашня самостійна робота № 1	36
Завдання для перевірки знань до §§ 1–4	38
§ 5. Множення дробів. Піднесення дробу до степеня	39
§ 6. Ділення дробів	46
§ 7. Тотожні перетворення раціональних виразів	51
§ 8. Раціональні рівняння. Рівносильні рівняння	59
Домашня самостійна робота № 2	68
Завдання для перевірки знань до §§ 5–8	69
§ 9. Степінь із цілим показником	70
§ 10. Властивості степеня із цілим показником	77
§ 11. Стандартний вигляд числа	83
§ 12. Функція $y = \frac{k}{x}$, її графік і властивості.....	89
Домашня самостійна робота № 3	97
Завдання для перевірки знань до §§ 9–12	98
Вправи для повторення розділу 1	100
Головне в розділі 1	113

Розділ 2. КВАДРАТНІ КОРЕНІ. ДІЙСНІ ЧИСЛА

§ 13. Функція $y = x^2$, її графік і властивості.....	117
§ 14. Квадратні корені. Арифметичний квадратний корінь	123
§ 15. Множина. Підмножина. Числові множини. Раціональні числа. Ірраціональні числа. Дійсні числа.....	129
§ 16. Тотожність $(\sqrt{a})^2 = a$, $a \geq 0$. Рівняння $x^2 = a$	136
§ 17. Властивості арифметичного квадратного кореня	142
§ 18. Тотожні перетворення виразів, що містять квадратні корені	152
§ 19. Функція $y = \sqrt{x}$, її графік і властивості	161
Домашня самостійна робота № 4	166
Завдання для перевірки знань до §§ 13–19.....	167
Вправи для повторення розділу 2	168
Головне в розділі 2	175

Розділ 3. КВАДРАТНІ РІВНЯННЯ

§ 20. Квадратні рівняння. Неповні квадратні рівняння	177
§ 21. Формула коренів квадратного рівняння	184
§ 22. Теорема Вієта	190
§ 23. Квадратне рівняння як математична модель текстових і прикладних задач	198
<i>Домашня самостійна робота № 5</i>	204
<i>Завдання для перевірки знань до §§ 20–23</i>	205
§ 24. Квадратний тричлен. Розкладання квадратного тричлена на лінійні множники	206
§ 25. Розв’язування рівнянь, які зводяться до квадратних	214
§ 26. Розв’язування задач за допомогою дробових раціональних рівнянь	221
<i>Домашня самостійна робота № 6</i>	227
<i>Завдання для перевірки знань до §§ 24–26</i>	228
Вправи для повторення розділу 3	229
Головне в розділі 3	237
<i>«Бажаємо тобі стати другим Остроградським...»</i>	239
Завдання для перевірки знань за курс алгебри 8 класу	241
Задачі підвищеної складності	242
Вправи на повторення курсу алгебри 7 класу	250
<i>Відповіді та вказівки до задач і вправ</i>	252
<i>Предметний покажчик</i>	268