













Шановні восьмикласниці та восьмикласники!





У цьому навчальному році ви продовжите вивчати геометрію, а підручник, який ви тримаєте в руках, допоможе вам у цьому.

Вивчаючи теоретичний матеріал, зверніть увагу на текст, надрукований **жирним** шрифтом. Його треба запам'ятати.



У підручнику використано такі умовні позначення:

-  – треба запам'ятати;
-  – запитання і завдання до вивченого матеріалу;
-  – теорема;
-  – наслідок з теореми;
-  – вправи для повторення;
- 116** – завдання для класної роботи;
- 226** – завдання для домашньої роботи;
-  – вправи підвищеної складності;
-  – «ключова» задача, висновки якої використовуються під час розв'язування інших задач;
-  – закінчення доведення теореми або задачі;
-  – вправи для підготовки до вивчення нової теми;
-  – рубрика «Життєва математика»;
-  – рубрика «Головне в розділі»;
-  – рубрика «Цікаві задачі для учнів неледачих».

Текст, надрукований жирним шрифтом, звертає вашу увагу на нове поняття або таке, яке треба пригадати.

Усі вправи розподілено відповідно до рівнів навчальних досягнень і виокремлено так: з позначок     починаються вправи відповідно початкового, середнього, достатнього та високого рівнів.

Перевірити свої знання та підготуватися до тематичного оцінювання можна, виконуючи завдання «**Домашньої самостійної роботи**», які подано в тестовій формі, та «**Завдання для перевірки знань**». Після кожного розділу наведено вправи для його повторення, а в кінці підручника – «**Завдання для перевірки знань за курс геометрії 8 класу**» та «**Задачі підвищеної складності**». Заняття геометрією стануть ще цікавішими, якщо ви розв'язуватимете вправи рубрики «**Цікаві задачі для учнів неледачих**».

У рубриці  «Життєва математика» зібрано задачі, пов'язані з економічною грамотністю і підприємливістю, екологічною безпекою, здоровим способом життя, громадянською відповідальністю, – усім тим, що знадобиться кожному в повсякденному житті. У рубриці 

«Підготуйтеся до вивчення нового матеріалу» пропонується виконати вправи, які допоможуть актуалізувати знання, потрібні для вивчення наступної теми.

Пригадати раніше вивчене вам допоможуть «Відомості з курсу геометрії 7 класу» та «Вправи на повторення курсу геометрії 7 класу», які розміщено в кінці підручника.

Автор намагався подати теоретичний матеріал підручника простою, доступною мовою, проілюструвати його значною кількістю прикладів. Після вивчення теоретичного матеріалу в школі його обов'язково потрібно доопрацювати вдома.

Підручник містить велику кількість вправ. Більшість із них ви розглянете на уроках і під час домашньої роботи, інші вправи рекомендується розв'язати самостійно.

У кінці підручника в додатку під назвою «Готуємося до ЗНО» подано добірку задач, що в різні роки пропонувалися абітурієнтам на зовнішньому незалежному оцінюванні з математики, для розв'язання яких достатньо знань з геометрії за 8-й клас. Розв'язавши ці задачі, ви зробите ще один крок уперед для успішної підготовки до майбутніх випробувань, які чекатимуть на вас під час вступу до омріяного закладу вищої освіти.

Цікаві факти з історії розвитку геометрії як науки ви знайдете в рубриці «А ще раніше...».

Бажаю успіхів на шляху до знань!

Шановні вчительки та вчителі!

Пропонований підручник містить велику кількість вправ; вправи більшості параграфів подано «із запасом». Тож обирайте їх для використання на уроках та як домашні завдання залежно від поставленої мети, рівня підготовленості учнів, ступеня індивідуалізації тощо. Вправи, що не розглядалися на уроці, можна використати на додаткових, факультативних та індивідуальних заняттях.

Додаткові вправи в «Завданнях для перевірки знань» призначено для учнів, які впоралися з основними завданнями раніше за інших учнів. Чи правильно їх розв'язано, учитель може оцінити окремо.

Вправи для повторення розділів та задачі з додатка «Готуємося до ЗНО» можна запропонувати учням, наприклад, під час узагальнювальних уроків з теми або повторення та систематизації навчального матеріалу в кінці навчального року.

Організувати повторення курсу геометрії 7 класу на початку навчального року та пригадати відповідний теоретичний матеріал можна, запропонувавши учням розв'язати «Вправи на повторення курсу геометрії 7 класу» та прочитати відповідні теоретичні відомості, які розміщено в кінці підручника.

Шановні батьки!

Якщо ваша дитина пропустить один чи кілька уроків у школі, потрібно запропонувати їй самостійно опрацювати цей матеріал за підручником удома. Спочатку дитина має прочитати теоретичний матеріал, який викладено простою, доступною мовою та проілюстровано значною кількістю прикладів. Після цього вона повинна розв'язати задачі і вправи, що їй під силу, з розглянутого параграфа.

Упродовж опрацювання дитиною курсу геометрії 8-го класу ви можете пропонувати їй додатково розв'язувати вдома вправи, які не розглянули під час уроку. Це сприятиме якомога кращому засвоєнню навчального матеріалу.

Кожна тема закінчується тематичним оцінюванням. Перед його проведенням запропонуйте дитині розв'язати завдання «Домашньої самостійної роботи», які подано в тестовій формі, та «Завдання для перевірки знань». Це допоможе пригадати основні типи вправ та якісно підготуватися до тематичного оцінювання.

У кінці підручника «Задачі підвищеної складності» допоможуть вашій дитині поглибити знання з геометрії та підготуватися до математичних змагань.

Розділ

1

ЧОТИРИКУТНИКИ

У цьому розділі ви:

- **пригадаєте** поняття прямокутника і квадрата;
- **дізнаєтеся** про паралелограм та його властивості, трапецію; центральні та вписані кути; вписані та описані чотирикутники; середню лінію трикутника та середню лінію трапеції; теорему Фалеса;
- **навчитесь** обґрунтовувати належність чотирикутника до певного виду, застосовувати вивчені означення і властивості до розв'язування задач.





1. ЧОТИРИКУТНИК, ЙОГО ЕЛЕМЕНТИ. СУМА КУТІВ ЧОТИРИКУТНИКА



Чотирикутником називають фігуру, що складається із чотирьох точок і чотирьох відрізків, які послідовно їх сполучають.

Жодні три з даних точок не повинні лежати на одній прямій, а відрізки, які їх сполучають, не повинні мати жодних інших спільних точок, крім даних.

Будь-який чотирикутник обмежує певну частину площини, яка є внутрішньою областю чотирикутника.

На малюнку 1 зображено чотирикутник $ABCD$. Точки A , B , C , D називають **вершинами** чотирикутника, а відрізки AB , BC , CD і DA , що їх сполучають, – **сторонами** чотирикутника.

Вершини чотирикутника, які є кінцями однієї його сторони, називають **сусідніми**, несусідні вершини називають **протилежними**. На малюнку 1 вершини A і B – сусідні, A і C – протилежні.

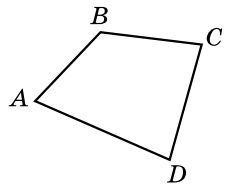
Сторони чотирикутника, які мають спільну вершину, називають **сусідніми**, або **суміжними**, а які не мають спільної вершини, – **протилежними**. На малюнку 1 сторони AB і BC – сусідні (суміжні), сторони AB і CD – протилежні.

Суму довжин усіх сторін чотирикутника називають його **периметром**. Периметр позначають літерою P . Наприклад, периметр чотирикутника $ABCD$ можна позначити як P_{ABCD} :

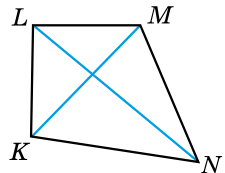
$$P_{ABCD} = AB + BC + CD + DA.$$

Відрізки, які сполучають протилежні вершини чотирикутника, називають **діагоналями** чотирикутника. На малюнку 2 відрізки KM і LN – діагоналі чотирикутника $KLMN$. Будь-який чотирикутник має дві діагоналі.

Кутами чотирикутника $ABCD$ називають кути DAB , ABC , BCD і CDA (мал. 1). Кути чотирикутника називають **протилежними**, якщо їхні вершини – протилежні вершини чотирикутника, і **сусідніми**, якщо їхні вершини – сусідні вершини чотирикутника. На малюнку 1 кути A і C – протилежні, A і B – сусідні.

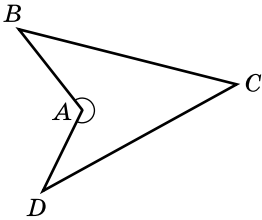


Мал. 1

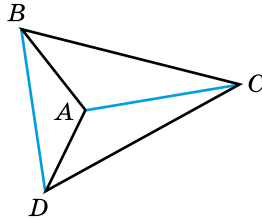


Мал. 2

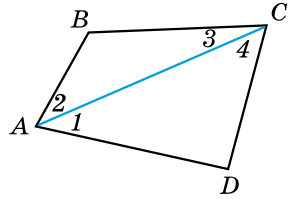
Один з кутів чотирикутника може бути більшим за розгорнутий. Наприклад, на малюнку 3 кут A чотирикутника $ABCD$ є більшим за розгорнутий. Такий чотирикутник називають **неопуклим**. Якщо усі кути чотирикутника менші від 180° , то його називають **опуклим**. Діагоналі опуклого чотирикутника перетинаються (мал. 2), а неопуклого не перетинаються (мал. 4).



Мал. 3



Мал. 4



Мал. 5

Т Теорема (про суму кутів чотирикутника). Сума кутів чотирикутника дорівнює 360° .

- Доведення. Нехай $ABCD$ – деякий чотирикутник.
- Проведемо в ньому діагональ AC (мал. 5). Тоді $\angle A = \angle 1 + \angle 2$, $\angle C = \angle 3 + \angle 4$. Враховуючи, що $\angle 2 + \angle B + \angle 3 = 180^\circ$ (як сума кутів $\triangle ABC$), $\angle 1 + \angle D + \angle 4 = 180^\circ$ (як сума кутів $\triangle ADC$), матимемо: $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = \angle 1 + \angle 2 + \angle B + \angle 3 + \angle 4 + \angle D = (\angle 2 + \angle B + \angle 3) + (\angle 1 + \angle D + \angle 4) = 180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$. ▲

Задача. Знайдіть кути чотирикутника, якщо їхні градусні міри відносяться як $3 : 10 : 4 : 1$. Опуклим чи неопуклим є цей чотирикутник?

Розв'язання. Нехай кути чотирикутника дорівнюють $3x$, $10x$, $4x$ і x . Маємо рівняння $3x + 10x + 4x + x = 360$, звідки $x = 20$. Отже, кути чотирикутника дорівнюють $3 \cdot 20^\circ = 60^\circ$, $10 \cdot 20^\circ = 200^\circ$, $4 \cdot 20^\circ = 80^\circ$ і 20° . Оскільки один з кутів чотирикутника більший за 180° , то цей чотирикутник – неопуклий.

Відповідь. 60° , 200° , 80° , 20° ; неопуклий.



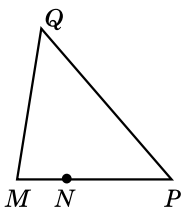
Яку фігуру називають чотирикутником? ● Що називають вершинами чотирикутника, сторонами чотирикутника? ● Які вершини чотирикутника називають сусідніми, які – протилежними? ● Що таке діагоналі чотирикутника? ● Які сторони чотирикутника називають сусідніми, які – протилежними?

Що називають периметром чотирикутника? Що називають кутами чотирикутника? Які кути чотирикутника називають протилежними, а які – сусідніми? Який чотирикутник називають неопуклим, а який – опуклим? Сформулюйте й доведіть теорему про суму кутів чотирикутника.

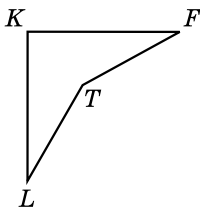


Розв'яжіть задачі та виконайте вправи

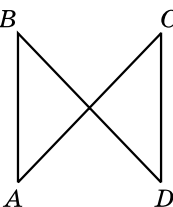
1. (Усно.) Які з фігур (мал. 6–9) є чотирикутниками? Назвіть опуклі та неопуклі чотирикутники.



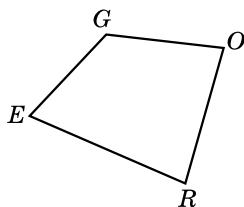
Мал. 6



Мал. 7



Мал. 8



Мал. 9

2. Назвіть пари протилежних сторін чотирикутника $EGOR$ (мал. 9), пари сусідніх сторін. Назвіть пари сусідніх вершин цього чотирикутника, пари протилежних вершин.

3. Накресліть чотирикутник $KLMN$. Назвіть пари його протилежних сторін, сусідніх сторін, протилежних вершин, сусідніх вершин. Проведіть діагоналі цього чотирикутника.

4. Накресліть опуклий чотирикутник $ABCD$ і неопуклий $PMLK$. Проведіть діагональ у кожному з них.

5. Чи існує чотирикутник з кутами:

- 1) $80^\circ, 90^\circ, 100^\circ$ і 110° ; 2) $150^\circ, 60^\circ, 70^\circ$ і 80° ?

6. Чи можуть кути чотирикутника дорівнювати:

- 1) $120^\circ, 80^\circ, 90^\circ$ і 70° ; 2) $130^\circ, 110^\circ, 80^\circ$ і 50° ?

7. Знайдіть четвертий кут чотирикутника, якщо три його кути дорівнюють:

- 1) $150^\circ, 110^\circ$ і 80° ; 2) $80^\circ, 60^\circ$ і 30° .

Яким – опуклим чи неопуклим – є кожний чотирикутник?

8. Знайдіть четвертий кут чотирикутника, якщо три його кути дорівнюють:

- 1) $20^\circ, 70^\circ$ і 80° ; 2) $120^\circ, 50^\circ$ і 40° .

Яким – опуклим чи неопуклим – є кожний чотирикутник?

9. Знайдіть периметр чотирикутника, сторони якого дорівнюють 32 мм, 2,5 см, 0,4 дм і 0,07 м.

10. Знайдіть периметр чотирикутника, сторони якого дорівнюють 0,08 м, 0,7 дм, 6,3 см і 54 мм.

11. Чи можуть усі кути чотирикутника бути:

- 1) гострими; 2) прямими; 3) тупими?

12. Один з кутів чотирикутника дорівнює 120° , а інші – між собою рівні. Знайдіть невідомі кути чотирикутника.

13. Периметр чотирикутника дорівнює 60 см, а одна з його сторін – 24 см. Знайдіть невідомі сторони чотирикутника, якщо вони між собою рівні.

14. У чотирикутнику $ABCD$ (мал. 10) $BC = CD$ і $\angle ACB = \angle ACD$. Доведіть, що $\angle B = \angle D$.

15. У чотирикутнику $ABCD$ (мал. 11) $\angle BAC = \angle ACD$, $\angle BCA = \angle CAD$. Доведіть, що $AB = CD$.

③ 16. Знайдіть сторони чотирикутника, якщо вони пропорційні числам 4, 5, 8 і 9, а периметр чотирикутника дорівнює 65 см.

17. Знайдіть кути чотирикутника, якщо вони пропорційні числам 4, 5, 7 і 8.

18. Знайдіть невідомі кути чотирикутника, якщо один з них дорівнює 90° , другий і третій відносяться як 7 : 5, а четвертий дорівнює півсумі другого та третього.

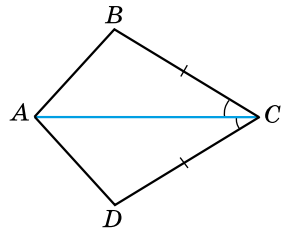
19. Знайдіть невідомі сторони чотирикутника, периметр якого дорівнює 54 см, одна зі сторін 18 см, друга та третя відносяться як 7 : 3, а четверта дорівнює пів різниці другої та третьої.

20. Доведіть, що в кожному чотирикутнику є кут, не більший за 90° .

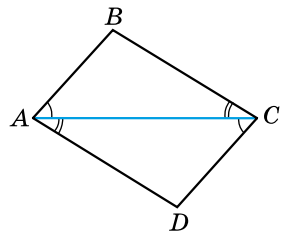
21. Доведіть, що в кожному чотирикутнику є кут, не менший від 90° .

22. Чи може кут чотирикутника бути більшим за суму інших його кутів?

④ 23. Побудуйте чотирикутник зі сторонами 6 см, 6 см, 3 см, 4 см та кутом 50° між рівними сторонами. Скільки розв'язків має задача?



Мал. 10



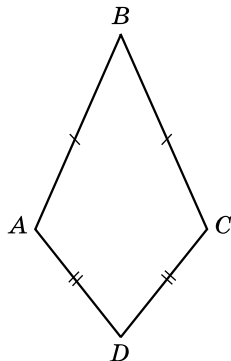
Мал. 11

24. Побудуйте чотирикутник зі сторонами 5 см, 5 см, 4 см, 3 см та кутом 70° між рівними сторонами. Скільки розв'язків має задача?

25. Опуклий чотирикутник називають *дельтоїдом*, якщо він має дві пари рівних сусідніх сторін (мал. 12). Доведіть, що:

- 1) діагональ BD ділить навпіл і кут B , і кут D ;
- 2) діагоналі дельтоїда взаємно перпендикулярні.

26. Периметр чотирикутника $ABCD$ дорівнює 29 см, периметр трикутника ADB – 20 см, а трикутника CDB – 21 см. Знайдіть довжину діагоналі BD .



Мал. 12



Вправи для повторення

27. Градусна міра одного з кутів, що утворилися при перетині двох паралельних прямих січною, дорівнює 70° . Знайдіть градусні міри решти семи кутів.

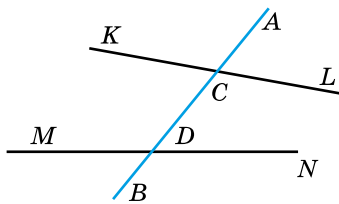
28. Знайдіть кути рівнобедреного трикутника, якщо один з них дорівнює 70° . Скільки розв'язків має задача?

29. У прямокутному трикутнику гострий кут дорівнює 60° , а сума меншого катета й медіани, проведеної до гіпотенузи, – 10 см. Знайдіть гіпотенузу цього трикутника.

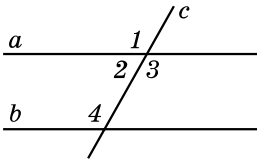


Підготуйтеся до вивчення нового матеріалу

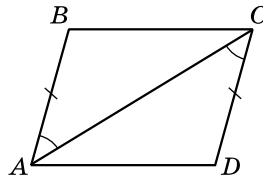
30. Пряма AB є січною для прямих KL і MN (мал. 13). Запишіть усі пари внутрішніх односторонніх кутів, внутрішніх різносторонніх кутів та відповідних кутів.



Мал. 13



Мал. 14



Мал. 15

31. Яким є взаємне розміщення прямих a і b (мал. 14), якщо:

- 1) $\angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$;
- 2) $\angle 1 > \angle 4$;
- 3) $\angle 3 = 120^\circ$; $\angle 4 = 121^\circ$;
- 4) $\angle 2 = 60^\circ$; $\angle 4 = 119^\circ$;
- 5) $\angle 1 = \angle 4 = 122^\circ$;
- 6) $\angle 3 = \angle 4$?

32. 1) Доведіть, що $\triangle ABC = \triangle CDA$ (мал. 15), якщо $AB = CD$ і $\angle BAC = \angle ACD$.

- 2) Доведіть, що $BC = AD$ і $\angle BCA = \angle CAD$.
- 3) Чи паралельні прями BC і AD ?



Життєва математика

33. Восьмикласники Ярослав і Марина ведуть здоровий спосіб життя. Кілька разів на тиждень вони пробігають по доріжці навколо парку, який має форму прямокутника зі сторонами 150 і 200 м. Хлопець пробігає доріжкою 4 рази, а дівчина – тричі. Швидкість бігу Ярослава – 16 км/год, Марини – 14 км/год. Хто витрачає більше часу на тренування та на скільки? Відповідь дайте з точністю до секунди.



Цікаві задачі для учнів неледачих

34. (Всеукраїнська олімпіада з математики, 1964 р.) Знайдіть найбільше значення n , для якого n точок можна розмістити на площині так, щоб кожні три з них були вершинами прямокутного трикутника.

Домашня самостійна робота № 1 (§§ 1–5)

Кожне завдання має по чотири варіанти відповідей (А–Г), серед яких лише один є правильним. Оберіть правильний варіант відповіді.

① 1. Укажіть відрізок, що є діагоналлю чотирикутника $ABCD$.

- А. AB Б. BD В. BC Г. AD

2. Знайдіть тупий кут паралелограма, якщо його гострий кут дорівнює 35° .

- А. 125° Б. 135° В. 145° Г. 155°

3. Знайдіть сторону квадрата, якщо його периметр дорівнює 36 см.

- А. 4 см Б. 6 см В. 9 см Г. 12 см

② 4. Периметр прямокутника дорівнює 24 см, а одна з його сторін на 2 см більша за другу. Знайдіть довжину меншої сторони прямокутника.

- А. 5 см Б. 6 см В. 7 см Г. 8 см

5. $ABCD$ – ромб, $\angle A = 50^\circ$ (мал. 64). Знайдіть $\angle ABD$.

- А. 55° Б. 50° В. 75° Г. 65°

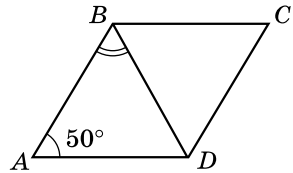
6. Укажіть правильне твердження:

А. якщо діагоналі чотирикутника взаємно перпендикулярні, то він є ромбом

Б. відношення периметра ромба до його сторони є сталим для всіх ромбів

В. якщо діагоналі чотирикутника рівні, то він є прямокутником

Г. відношення периметра прямокутника, який не є квадратом, до його найбільшої сторони є незмінним для всіх прямокутників



Мал. 64

③ 7. Знайдіть найбільший кут чотирикутника, у якого градусні міри кутів пропорційні числам 2; 3; 5 і 8.

- А. 120° Б. 130° В. 150° Г. 160°

8. Висоти, які проведено з вершини тупого кута паралелограма, утворюють між собою кут 30° . Знайдіть тупий кут паралелограма.

- А. 120° Б. 130° В. 150° Г. 160°

9. Знайдіть гострий кут ромба, якщо його сторона утворює з діагоналями кути, різниця яких дорівнює 40° .

- А. 25° Б. 30° В. 50° Г. 60°

④ 10. Бісектриса кута D паралелограма $ABCD$ ділить сторону AB на відрізки AK і KB так, що $AK : KB = 1 : 3$. Знайдіть AB , якщо периметр паралелограма дорівнює 60 см.

А. 26 см Б. 24 см В. 20 см Г. 15 см

11. 3 вершини тупого кута A ромба $ABCD$ проведено висоту AK . $\angle CAK = 30^\circ$, $AC = 6$ см. Знайдіть периметр ромба.

А. 18 см Б. 24 см В. 30 см Г. 36 см

12. У $\triangle ABC$ ($\angle C = 90^\circ$, $AC = BC$) вписано квадрат $KLMN$ так, що $K \in AB$, $L \in AB$, $M \in CB$, $N \in AC$. Знайдіть периметр квадрата, якщо $AB = 12$ см.

А. 24 см Б. 20 см В. 12 см Г. 16 см

ЗАВДАННЯ ДЛЯ ПЕРЕВІРКИ ЗНАНЬ ДО §§ 1–5

① 1. Накресліть чотирикутник $MNPL$ і проведіть у ньому діагоналі.

2. Знайдіть кути паралелограма, якщо один з них дорівнює 80° .

3. Знайдіть периметр квадрата, якщо його сторона дорівнює 7 см.

② 4. Периметр прямокутника дорівнює 18 см. Знайдіть його сторони, якщо одна з них на 1 см більша за другу.

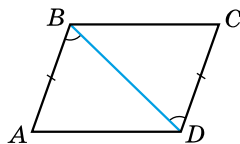
5. $ABCD$ – ромб, $\angle ABD = 50^\circ$. Знайдіть кути ромба.

6. На малюнку 65 $\angle ABD = \angle BDC$, $AB = DC$. Доведіть, що $ABCD$ – паралелограм.

③ 7. Знайдіть кути чотирикутника, якщо вони пропорційні числам 2, 3, 4,

6. Опуклим чи неопуклим він є?

8. Висоти, проведені з вершини гострого кута ромба, утворюють між собою кут 120° . Знайдіть кути ромба.



Мал. 65


④ 9. Бісектриса кута A паралелограма $ABCD$ ділить сторону BC на відрізки BK і KC так, що $BK : KC = 4 : 3$. Знайдіть сторони паралелограма, якщо його периметр дорівнює 88 см.

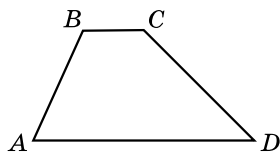
Додаткові завдання

④ 10. У рівнобедрений прямокутний трикутник ABC з гіпотенузою $BC = 23$ см вписано прямокутник $KLMN$ так, що точки K і L належать гіпотенузі трикутника, а точки M і N – катетам. Сторона KL прямокутника на 2 см більша за сторону LM . Знайдіть периметр прямокутника.

11. З вершини тупого кута B ромба $ABCD$ проведено висоту BM , $\angle DBM = 30^\circ$. Периметр ромба дорівнює 40 см. Знайдіть меншу діагональ ромба.

§ 6. ТРАПЕЦІЯ


 **Трапецією** називають чотирикутник, у якого дві сторони паралельні, а дві інші непаралельні.



Мал. 66

На малюнку 66 зображено трапецію $ABCD$. Паралельні сторони трапеції називають **основами**, а непаралельні – **бічними сторонами**. На малюнку 66 AD і BC – основи трапеції, AB і CD – її бічні сторони.


Розглянемо деякі *властивості трапеції*.

 **1. Сума кутів трапеції, прилеглих до бічної сторони, дорівнює 180° .**

Оскільки $AD \parallel BC$, то $\angle A + \angle B = 180^\circ$ (як сума внутрішніх односторонніх кутів). Аналогічно $\angle C + \angle D = 180^\circ$.

 **2. Трапеція є опуклим чотирикутником.**

Оскільки $\angle A + \angle B = 180^\circ$, то $\angle A < 180^\circ$, $\angle B < 180^\circ$. Аналогічно $\angle C < 180^\circ$, $\angle D < 180^\circ$. Отже, трапеція – опуклий чотирикутник.

 **Висотою трапеції** називають перпендикуляр, проведений з будь-якої точки основи трапеції до прямої, що містить протилежну основу.

Найчастіше висоту трапеції проводять з її вершини. На малюнку 67 BK – висота трапеції $ABCD$.

Трапецію називають **прямокутною**, якщо один з її кутів – прямий. На малюнку 68 – прямокутна трапеція $ABCD$ ($\angle A = 90^\circ$). Очевидно, що $\angle B = 90^\circ$. AB є меншою бічною стороною прямокутної трапеції і її висотою.



Головне в розділі 1

ЧОТИРИКУТНИК, ЙОГО ЕЛЕМЕНТИ. СУМА КУТІВ ЧОТИРИКУТНИКА

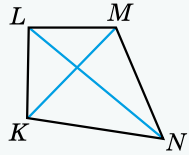
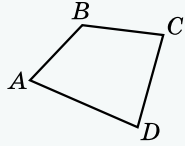
Чотирикутник – фігура, що складається із чотирьох точок і чотирьох відрізків, які послідовно їх сполучають.

Відрізки, які сполучають протилежні вершини чотирикутника, – **діагоналі** чотирикутника.

Сума кутів чотирикутника дорівнює 360° .

Якщо всі кути чотирикутника менші від 180° , то він **опуклий**.

Якщо один з кутів чотирикутника більший за 180° , то він **неопуклий**.



ПАРАЛЕЛОГРАМ, ЙОГО ВЛАСТИВОСТІ Й ОЗНАКИ

Паралелограм – чотирикутник, у якого протилежні сторони попарно паралельні.

1. Сума будь-яких двох сусідніх кутів паралелограма дорівнює 180° .

2. Паралелограм є опуклим чотирикутником.

3. У паралелограмі протилежні сторони рівні й протилежні кути рівні.

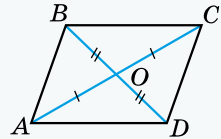
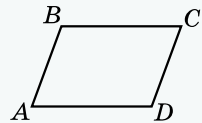
4. Периметр паралелограма

$$P_{ABCD} = 2(AB + BC).$$

5. Діагоналі паралелограма точкою перетину діляться навпіл.

Висота паралелограма – перпендикуляр, проведений з будь-якої точки сторони паралелограма до прямої, що містить протилежну сторону.

Теорема (ознаки паралелограма). Якщо в чотирикутнику: 1) дві сторони рівні й паралельні, або 2) протилежні сторони попарно рівні, або 3) діагоналі перетинаються й точкою перетину діляться навпіл, або 4) протилежні кути попарно рівні, – то чотирикутник є паралелограмом.

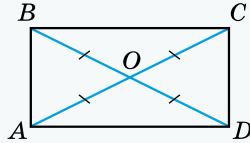
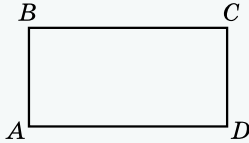


ПРЯМОКУТНИК І ЙОГО ВЛАСТИВОСТІ

Прямокутник – це паралелограм, у якого всі кути прямі.

1. У прямокутнику протилежні сторони рівні.

2. Периметр прямокутника $P_{ABCD} = 2(AB + BC)$.
3. Діагоналі прямокутника точкою перетину діляться навпіл.
4. Діагоналі прямокутника рівні.
5. Точка перетину діагоналей прямокутника рівновіддалена від усіх його вершин.

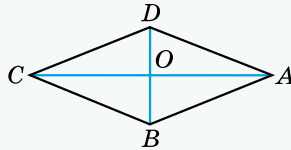
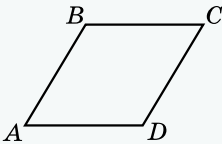


Теорема (ознаки прямокутника). Якщо в паралелограмі: 1) усі кути рівні, або 2) один кут прямий, або 3) діагоналі рівні, – то паралелограм є прямокутником.

РОМБ І ЙОГО ВЛАСТИВОСТІ

Ромб – це паралелограм, у якого всі сторони рівні.

1. Сума будь-яких двох сусідніх кутів ромба дорівнює 180° .
2. У ромба протилежні кути рівні.
3. Діагоналі ромба точкою перетину діляться навпіл.
4. Периметр ромба $P_{ABCD} = 4AB$.
5. Діагоналі ромба взаємно перпендикулярні й ділять його кути навпіл.

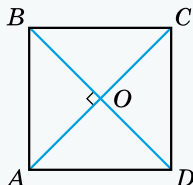
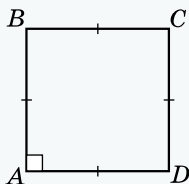


Теорема (ознаки ромба). Якщо в паралелограмі: 1) дві сусідні сторони рівні, або 2) діагоналі перетинаються під прямим кутом, або 3) діагональ ділить навпіл кути паралелограма, – то паралелограм є ромбом.

КВАДРАТ І ЙОГО ВЛАСТИВОСТІ

Квадрат – це прямокутник, у якого всі сторони рівні.

1. Усі кути квадрата прямі.
2. Периметр квадрата $P_{ABCD} = 4AB$.
3. Діагоналі квадрата між собою рівні.



4. Діагоналі квадрата взаємно перпендикулярні й точкою перетину діляться навпіл.

5. Діагоналі квадрата ділять його кути навпіл, тобто утворюють кути 45° зі сторонами квадрата.

6. Точка перетину діагоналей квадрата рівновіддалена від усіх його вершин: $AO = BO = CO = DO$.

Теорема (ознаки квадрата). 1) Якщо діагоналі прямокутника взаємно перпендикулярні, то він є квадратом. 2) Якщо діагоналі ромба між собою рівні, то він є квадратом.

ТРАПЕЦІЯ

Трапеція – це чотирикутник, у якого дві сторони паралельні, а дві інші непаралельні.

Паралельні сторони трапеції – **основи**, а непаралельні – **бічні сторони**. На малюнку AD і BC – основи трапеції, AB і CD – її бічні сторони.

1. Сума кутів трапеції, прилеглих до бічної сторони, дорівнює 180° .

2. Трапеція є опуклим чотирикутником.

Висота трапеції – це перпендикуляр, проведений з будь-якої точки основи трапеції до прямої, що містить протилежну основу.

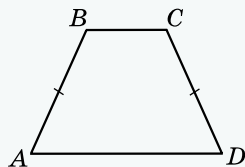
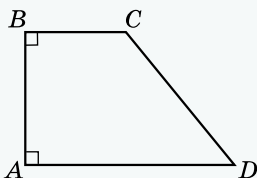
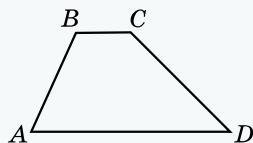
Трапеція **прямокутна**, якщо один з її кутів прямий.

Трапеція **рівнобічна**, якщо її бічні сторони рівні.

1. У рівнобічній трапеції кути при основі між собою рівні.

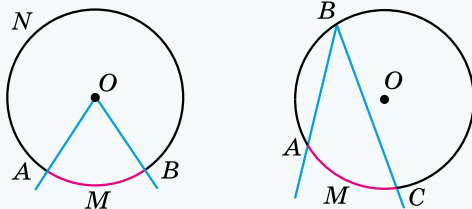
2. Діагоналі рівнобічної трапеції рівні.

Теорема (ознака рівнобічної трапеції). Якщо в трапеції кути при одній основі рівні, то трапеція – рівнобічна.



ВПИСАНІ ТА ЦЕНТРАЛЬНІ КУТИ

Центральний кут – це кут з вершиною в центрі кола.



Градусна міра дуги кола – це градусна міра відповідного центрального кута.

Вписаний кут – це кут, вершина якого належить колу, а сторони перетинають це коло.

Теорема (про вписаний кут). Вписаний кут вимірюється половиною дуги, на яку він спирається.

Наслідок 1. Вписані кути, що спираються на одну й ту саму дугу, між собою рівні.

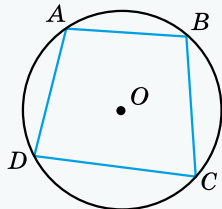
Наслідок 2. Вписаний кут, що спирається на діаметр, – прямий.

ВПИСАНІ ТА ОПИСАНІ ЧОТИРИКУТНИКИ

Чотирикутник вписаний у коло, якщо всі його вершини лежать на колі.

Коло при цьому – **описане** навколо чотирикутника.

Теорема 1 (властивість кутів вписаного чотирикутника). Сума протилежних кутів вписаного чотирикутника дорівнює 180° .



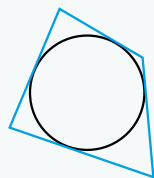
Наслідок 1. Якщо навколо трапеції можна описати коло, то вона рівнобічна.

Теорема 2 (ознака вписаного чотирикутника). Якщо в чотирикутнику сума двох протилежних кутів дорівнює 180° , то навколо нього можна описати коло.

Наслідок 1. Навколо будь-якого прямокутника можна описати коло.

Наслідок 2. Навколо рівнобічної трапеції можна описати коло.

Чотирикутник описаний навколо кола, якщо всі його сторони дотикаються до кола. **Коло** при цьому – **вписане** в чотирикутник.



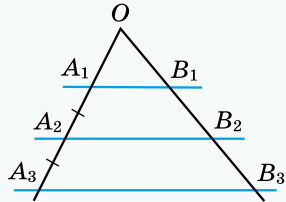
Теорема 3 (властивість сторін описаного чотирикутника). В описаному чотирикутнику суми протилежних сторін між собою рівні.

Теорема 4 (ознака описаного чотирикутника). Якщо в чотирикутнику суми протилежних сторін рівні, то в цей чотирикутник можна вписати коло.

Наслідок. У будь-який ромб можна вписати коло.

ТЕОРЕМА ФАЛЕСА

Теорема Фалеса. Якщо паралельні прямі, які перетинають сторони кута, відтинають на одній його стороні рівні між собою відрізки, то вони відтинають рівні між собою відрізки й на другій його стороні.

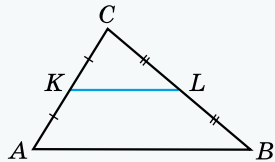


Наслідок. Паралельні прямі, які перетинають дві дані прямі та відтинають на одній з них рівні відрізки, відтинають рівні відрізки й на другій прямій.

СЕРЕДНЯ ЛІНІЯ ТРИКУТНИКА, ЇЇ ВЛАСТИВОСТІ

Середня лінія трикутника – це відрізок, який сполучає середини двох його сторін.

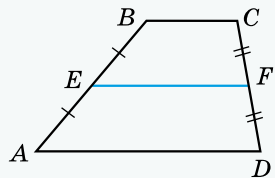
Теорема 1 (властивість середньої лінії трикутника). **Середня лінія трикутника, що сполучає середини двох сторін, паралельна третій стороні та дорівнює її половині.**



СЕРЕДНЯ ЛІНІЯ ТРАПЕЦІЇ, ЇЇ ВЛАСТИВОСТІ

Середня лінія трапеції – це відрізок, що сполучає середини її бічних сторін.

Теорема (властивість середньої лінії трапеції). **Середня лінія трапеції паралельна основам і дорівнює їхній півсумі.**



ЗМІСТ

<i>Шановні восьмикласниці та восьмикласники!</i>	3
<i>Шановні вчительки та вчителі!</i>	5
<i>Шановні батьки!</i>	5

Розділ 1. Чотирикутники

§ 1. Чотирикутник, його елементи. Сума кутів чотирикутника	7
§ 2. Паралелограм, його властивості й ознаки	13
§ 3. Прямокутник і його властивості	22
§ 4. Ромб і його властивості	28
§ 5. Квадрат і його властивості	33
<i>Домашня самостійна робота № 1 (§§ 1–5)</i>	38
<i>Завдання для перевірки знань до §§ 1–5</i>	39
§ 6. Трапеція	40
§ 7. Вписані та центральні кути	47
§ 8. Вписані та описані чотирикутники	53
§ 9. Теорема Фалеса	58
§ 10. Середня лінія трикутника, її властивості	61
§ 11. Середня лінія трапеції, її властивості	66
<i>Домашня самостійна робота № 2 (§§ 6–11)</i>	71
<i>Завдання для перевірки знань до §§ 6–11</i>	72
Вправи для повторення розділу 1	73
Головне в розділі 1	81

Розділ 2. Подібність трикутників

§ 12. Узагальнена теорема Фалеса	87
§ 13. Подібні трикутники	92
§ 14. Ознаки подібності трикутників	95
§ 15. Середні пропорційні відрізки в прямокутному трикутнику	105
§ 16. Властивість бісектриси трикутника	109
§ 17. Застосування подібності трикутників до розв'язування задач	112
<i>Домашня самостійна робота № 3 (§§ 12–17)</i>	119
<i>Завдання для перевірки знань до §§ 12–17</i>	120
Вправи для повторення розділу 2	122
Головне в розділі 2	126
<i>Найвеличніший геометр ХХ століття</i>	129

Розділ 3. Розв'язування прямокутних трикутників

§ 18. Теорема Піфагора	132
§ 19. Перпендикуляр і похила, їхні властивості	142



§ 20. Синус, косинус і тангенс гострого кута прямокутного трикутника. Співвідношення між сторонами та кутами прямокутного трикутника	147
§ 21. Розв'язування прямокутних трикутників	156
<i>Домашня самостійна робота № 4 (§§ 18–21)</i>	163
<i>Завдання для перевірки знань до §§ 18–21</i>	164
Вправи для повторення розділу 3	166
Головне в розділі 3	170

Розділ 4. Многокутники. Площі многокутників

§ 22. Многокутник і його елементи. Сума кутів опуклого многокутника. Многокутник, вписаний у коло, і многокутник, описаний навколо кола	173
§ 23. Поняття площі многокутника. Площа прямокутника	179
§ 24. Площа паралелограма	184
§ 25. Площа трикутника	189
§ 26. Площа трапеції	195
<i>Домашня самостійна робота № 5 (§§ 22–26)</i>	199
<i>Завдання для перевірки знань до §§ 22–26</i>	201
Вправи для повторення розділу 4	201
Головне в розділі 4	205
Завдання для перевірки знань за курс геометрії 8 класу	207
Задачі підвищеної складності	208
<i>Додаток 1. Готуємося до ЗНО</i>	212
<i>Додаток 2. Теорема про площу прямокутника</i>	214
Відомості з курсу геометрії 7 класу	216
Вправи на повторення курсу геометрії 7 класу	225
<i>Відповіді та поради до вправ</i>	226
<i>Предметний покажчик</i>	232