

ПЕРЕДМОВА

Посібник містить дидактичні матеріали з курсу алгебри 8-го класу відповідно до модельних навчальних програм: «Алгебра. 7–9 класи» та «Математика (інтегрований курс). 7–9 класи» для закладів загальної середньої освіти (автор Істер О. С.). Загалом це: 817 вправ; 11 рівневих самостійних робіт, кожен з яких подано в 6 варіантах (три рівні по два рівноцінних варіанти); 6 діагностичних (контрольних) робіт і контрольна робота за рік, кожен з яких подано у двох рівноцінних варіантах, і 6 наборів завдань для проведення рівневого експрес-контролю знань (кожен у двох варіантах), а також одну додаткову самостійну роботу в Додатку.

Для зручності користування посібником у назві кожної самостійної роботи, діагностичної (контрольної) роботи чи завдання для експрес-контролю знань зазначено відповідну тему. Біля номерів самостійних (діагностичних) робіт у квадратних дужках указано номери відповідних робіт з математики для інтегрованого курсу. Наприкінці посібника є відповіді та поради до більшості вправ. До самостійних, діагностичних, контрольної роботи за рік і завдань для експрес-контролю знань відповіді відсутні. Тому вчитель / учителька, придбавши посібник на весь клас (або один примірник на парту), може використовувати його під час будь-якого уроку (закріплення нових знань, перевірки знань, експрес-контролю знань тощо).

Розглянемо деякі особливості посібника та роботи з ним.

1. Вправи. Посібник містить вправи для робіт у класі та вдома. Нумери вправ, рекомендованих для виконання вдома, позначено на темному тлі. Задачі, позначені кружечком (°), відповідають початковому та середньому рівням навчальних досягнень; задачі без цієї позначки — достатньому та високому рівням навчальних досягнень. Достатня кількість вправ дасть змогу вчителю / учительці використовувати посібник майже щоденно та задавати за ним домашні завдання.

2. Самостійні роботи. У посібнику подано добірку рівневих самостійних робіт. Їх позначено напівжирною літерою «С» з відповідним номером. Після номера вказано одну з літер: «А», «Б» або «В» (наприклад, С–2Б), що означає:

А — самостійна робота, що відповідає початковому та середньому рівням навчальних досягнень;

Б — самостійна робота, що відповідає достатньому рівню навчальних досягнень;

В — самостійна робота, що відповідає високому рівню навчальних досягнень.

Для кожного рівня подано два рівноцінних варіанти. Кожна самостійна робота містить 3 завдання й розрахована на 15–25 хв (залежно від теми). Самостійні роботи мають зазвичай навчальний характер і не призначені для оцінювання знань учнів. Якщо вчитель / учителька захоче оцінити роботу, то кожне завдання рівня А автори пропонують оцінювати у 2 бали, рівня Б — у 3 бали, рівня В — у 4 бали. Таким чином, максимальна оцінка за роботу рівня А — 6 балів, рівня Б — 9 балів, рівня В — 12 балів. Під час оцінювання кожного завдання вчитель / учителька може застосовувати нижченаведену систему (для оцінювання тематичної контрольної роботи). Рівень самостійної роботи, що виконує учень / учениця, зазвичай визначає вчитель / учителька.

3. Діагностичні (контрольні) роботи (ДР). Кожна ДР містить завдання, що відповідають початковому та середньому рівням навчальних досягнень (їх позначено кружечками), та завдання, що відповідають достатньому та високому рівням навчальних досягнень. Усі завдання оцінено в балах так, що максимальна оцінка за ДР дорівнює 12 балам. Кожна ДР розрахована на один урок (45 хв).

Залежно від рівня підготовленості учнів / учениць класу та їхніх індивідуальних особливостей вчитель / учителька може зменшити кількість завдань у кожній ДР, змінюючи водночас кількість балів за деякі завдання так, щоб сума балів дорівнювала 12.

Автори пропонують на першому етапі оцінювати кожне завдання у звичній для вчителя / учительки математики системі «плюс — мінус»:

«+» (плюс) — учень / учениця повністю розв'язав / -ла завдання;

«±» (плюс — мінус) — хід розв'язування завдання правильний, але допущено помилки логічного або обчислювального характеру, які призвели до неправильної відповіді;

«∓» (мінус — плюс) — розв'язування завдання не закінчено, але учень / учениця суттєво наблизився / -лася до повного розв'язання, виконавши не менше від його половини;

«-» (мінус) — учень / учениця почав / -ла розв'язувати правильно (наприклад, зробив / -ла малюнок, записав / -ла фрагмент розв'язання), але виконав / -ла завдання менше ніж наполовину;

«0» (нуль) — учень / учениця не починав / -ла завдання або почав / -ла неправильно.

На другому етапі вчитель / учителька переводить оцінку із системи «плюс — мінус» у бали. Пропонуємо таку шкалу (табл. 1).

Таблиця 1

Максимальний бал за завдання	Оцінки в системі «плюс — мінус». Переведення в бали			
	+	±	∓	—
1	1	0,5	0,5	0
2	2	1,5	1	0,5
3	3	2–2,5	1–1,5	0,5
4	4	3	2	1

Оцінкою за роботу є сума балів, яку отримав / -ла учень / учениця за виконання кожного завдання окремо. Якщо сумою є не ціле число (а саме — це число має п'ять десятих), то користуємося звичним правилом округлення (наприклад, $9,5 \approx 10$).

Безумовно, учитель / учителька може використовувати більш просту, інтуїтивно зрозумілу для учнів / учениць систему оцінювання кожного завдання: якщо учень / учениця отримав / -ла правильну відповідь і навів / навела повне її обґрунтування, то завдання оцінюється максимальною кількістю балів; якщо учень / учениця навів / навела окремі етапи правильного розв'язання завдання — то кількістю балів, меншою від максимально можливої за це завдання.

Відповідно до рекомендацій щодо оцінювання результатів навчання учнів 5–9 класів, які здобувають освіту відповідно до Державного стандарту базової середньої освіти, затвердженого наказом Міністерства освіти і науки України № 1093 від 2 серпня 2024 р., у свідоцтві досягнень учня / учениці записують **характеристики результатів навчання** (таблиця 2).

Таблиця 2

Навчальний предмет / інтегрований курс	Характеристика результатів навчання	Загальна оцінка		
		I семестр	II семестр	Рік
Алгебра / Математика	Досліджує ситуації та створює математичні моделі			
	Розв'язує математичні задачі			
	Інтерпретує та критично аналізує результати			

Розглянемо, як оцінювати результати за кожною із цих груп.

На думку авторів, учитель / учителька не матиме проблем з оцінюванням такої складової результатів навчання, як уміння **розв'язувати математичні задачі**.

Групу результатів «Досліджує ситуації та створює математичні моделі» автори пропонують оцінювати шляхом аналізу результатів діяльності учня / учениці під час уроків (чи вміють вони записати коротку умову задачі, позначити змінною одну з невідомих величин, установити зв'язок між величинами та скласти план розв'язування завдання тощо). Також автори у кожній діагностичній і семестровій роботі виокремили по кілька вправ (їх номери підкреслено), які мають допомогти оцінити цей результат навчання. Остаточний вибір переліку вправ для тексту письмової роботи, за якими вчитель / учителька оцінюватиме цю групу результатів навчання, залишається за педагогом.

Групу результатів «Інтерпретує та критично аналізує результати» автори пропонують оцінювати шляхом аналізу результатів діяльності учня / учениці під час уроків (наскільки вони вміють пояснити кожен крок розв’язування, оцінюють реалістичність проміжних результатів та отриманої відповіді, шукають кращий спосіб розв’язування задачі, розвивають ідею задачі тощо) та встановлення зворотного зв’язку з учнем / ученицею після виконання кожної письмової роботи, тобто спонукати учнів / учениць до рефлексії. Наприклад, після виконання письмової роботи можна запропонувати учням / ученицям просте анкетування, яке дасть змогу з’ясувати в кожного з них, наскільки легкою / важкою була для них робота та чи впевнені вони у правильності розв’язання вправ. Можливий варіант такого анкетування наведено в таблиці 3. Діти мають дати відповіді у форматі, наприклад, «1–Б», «2–В», а вчитель / учителька, зіставивши оцінку за діагностичну роботу та результат самооцінювання учня / учениці, зможе орієнтовно визначити, наскільки учень / учениця **інтерпретує та критично аналізує результати**.

Таблиця 3

№	Питання	Варіанти відповідей		
1	Чи легкими для тебе були завдання?	А. Так, досить легкі	Б. Були і легкі, і важкі завдання	В. Завдання були важкі
2	Чи впевнений / впевнена ти в тому, що розв’язав / розв’язала їх правильно?	А. Так	Б. Упевнений / упевнена не для всіх завдань	В. Ні

4. Завдання для експрес-контролю знань (ЕК). Якщо учень / учениця пропустив / -ла урок, на якому проводилася ДР, йому / їй можна запропонувати рівневі завдання для ЕК. Автори пропонують вчителю / учительці спочатку визначити середню поточну оцінку учня / учениці, яка враховує відповіді біля дошки, ведення зошита тощо, а потім запропонувати учневі / учениці завдання, на один рівень вище за рівень середньої поточної оцінки. Кожен з рівнів, що відповідає рівням навчальних досягнень (середньому, достатньому та високому), має завдання, сума балів за які дорівнює «3». Кожне завдання вчитель / учителька оцінює в системі «плюс — мінус», а потім переводить у бали (див. табл. 1).

Якщо під час ЕК учень / учениця бездоганно виконав / -ла завдання середнього чи достатнього рівня, то вчитель / учителька може запропонувати йому / їй завдання більш високого рівня.

Суму середньої поточної оцінки та балів, набраних під час ЕК, учитель / учителька може враховувати під час виставлення оцінки за тему як оцінку, що отримали інші учні / учениці під час ДР, або якимось іншим чином, на власний розсуд.

За посиланнями <http://www.ister.in.ua> і <https://www.geneza.ua> можна дізнатися про новинки, які допоможуть цікаво та ефективно організувати навчання.

Цей посібник стане в пригоді і для вчителів, які викладають алгебру і геометрію як окремі предмети за модельними навчальними програмами «Алгебра. 7–9 класи» і «Геометрія. 7–9 класи» (автор О. С. Істер), і для вчителів, які працюють за модельною навчальною програмою «Математика (інтегрований курс). 7–9 класи» (автор О. С. Істер). Ознайомитися з таблицею відповідності нумерації самостійних і діагностичних робіт для інтегрованого курсу та алгебри й геометрії можна за посиланням <https://cutt.ly/8eW701YZ> або QR-кодом.



Зауваження та пропозиції щодо змісту, розподілу завдань та їх оцінювання автори просять надсилати на *e-mail*: ister69@gmail.com.

Сторінка автора О. С. Істера в інтернеті: ister.in.ua.

Зичимо успіхів!

ВПРАВИ

Повторення вивченого у 7-му класі

Лінійні рівняння з однією змінною

1°. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $-2x = -12$; 2) $-3x = \frac{3}{7}$; 3) $\frac{1}{5} = -5x$; 4) $0,81x = 72,9$;
5) $7x - 4 = x - 16$; 6) $5x + (3x - 7) = 9$;
7) $(7x + 1) - (8x + 7) = 19$; 8) $2(x - 3) + 3(x + 5) = 8$.

2°. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $-3x = -15$; 2) $-5x = \frac{5}{9}$; 3) $\frac{1}{8} = -7x$; 4) $0,53x = 47,7$;
5) $8x - 5 = x - 40$; 6) $5x - (4x - 12) = 17$;
7) $(6x + 1) - (3 - 2x) = 14$; 8) $5(x - 8) - 2(x + 3) = 4$.

3. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $8(x - 1) + 2(x + 3) = 10x + 7$;
2) $3x(x - 1) - x(3x - 2) - (1 - x) = -1$;
3) $\frac{x+1}{3} - \frac{x}{2} = \frac{x-2}{6}$; 4) $\frac{x+3}{5} + x = \frac{x-2}{3} + \frac{4x+37}{15}$.

4. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $4(x - 1) + 3(x + 2) = 7x + 2$;
2) $2x(1 - x) + x(2x + 7) - (9x + 5) = 4$;
3) $\frac{x+2}{2} + \frac{x-3}{3} = \frac{x}{12}$; 4) $\frac{x+6}{3} - x = \frac{2x+1}{7} + \frac{3-8x}{21}$.

5. За якого значення a рівняння $(a^2 - 1)x = a - 1$:

- 1) не має коренів;
2) має безліч коренів?

Цілі вирази

6°. Спростіть вираз:

- 1) $(3x - 5) + (2 - x)$; 2) $(5m - 10) - (4 - 2m)$;
3) $(3x^2 - 1) + (2 - 3x - x^2)$; 4) $(10n - 12n^2) - (n^3 - n^2 + 6)$.

7°. Спростіть вираз:

- 1) $(7m - 8) + (2m - 4)$; 2) $(5x^2 - 2) - (2 - 3x^2)$;
3) $(4x^2 - 2) + (4 - 2x - 4x^2)$; 4) $(7 - 4m^3) - (2 - 2m - 4m^3)$.

8°. Подайте вираз у вигляді степеня:

- 1) $(m^2)^3$; 2) $(-x^2)^4$; 3) a^3a^4 ;
4) $((t^2)^3)^7$; 5) $(b^8)^3 \cdot (b^4)^7$; 6) $(a^4)^8 : (a^2)^{16}$.

9°. Подайте вираз у вигляді степеня:

- 1) $(c^4)^2$; 2) $(-m^2)^3$; 3) $(-b^3) \cdot (-b^5)$;
4) $((x^3)^4)^5$; 5) $(c^3)^5 \cdot (c^2)^9$; 6) $(c^3)^6 : (c^9)^2$.

10°. Подайте вираз у вигляді многочлена:

- 1) $3m^2(2m - 5)$; 2) $-0,4c(5 - 2c)$; 3) $7t(t^2 - 2t + 7)$;
4) $(t + 2)(t - 7)$; 5) $(5x - 1)(4x + 2)$; 6) $(c - 2)(c^2 - 2c + 3)$.

11°. Спростіть вираз:

- 1) $3(2x - 8) + 4(3 - 4x)$; 2) $6m(m^2 - 3m) - 3m(m^2 - 6m)$;
 3) $(3x - 1)(2x + 7) - 6x^2$; 4) $12y^3 - (4y^2 - 2)(3y + 5)$.

12°. Подайте вираз у вигляді многочлена:

- 1) $-8x^2(x^2 - 7x + 6)$; 2) $(4m - 2)(5m + 3)$;
 3) $(x - 3)(x^2 + 2x - 8)$; 4) $5y(y^2 - 3y) - 3y(y^2 - 5y)$;
 5) $(7y - 2)(8y + 3) - 56y^2$; 6) $6m^4 - (2m - 3)(3m^3 + 2)$.

13°. Подайте многочлен у вигляді добутку:

- 1) $7a - 21$; 2) $5m - mn$; 3) $7ax - 7ay$;
 4) $y^2 - 3y$; 5) $4x^2 - 12xy$; 6) $3m^3 + 15m$;
 7) $m^6 + m^2$; 8) $9m^3 - 3m^5$; 9) $18a^2b - 6ab$;
 10) $49x^2y + 56xy^2$; 11) $-8m^8 + 18m^4$; 12) $14x^9 - 21x^7$.

14°. Розкладіть на множники:

- 1) $8m - 24$; 2) $7x - xy$; 3) $8mn - 16mx$;
 4) $m^3 - 4m$; 5) $c^8 - c^6$; 6) $5x^8 - 30x^6$;
 7) $27xy^2 - 3xy^2$; 8) $8c^3n + 12cn^3$; 9) $-9c^{12} + 15c^7$.

15°. Подайте у вигляді многочлена:

- 1) $(m - 5)(m + 5)$; 2) $(7 + x)(x - 7)$;
 3) $(5z^2 - 3)(3 + 5z^2)$; 4) $(m + 2)^2$;
 5) $(9 - x)^2$; 6) $(4m^2 - 1)^2$;
 7) $(8 + 3c^2)^2$; 8) $(5m - 4n)^2$;
 9) $(x + 2)(x^2 - 2x + 4)$; 10) $(a - 3)(a^2 + 3a + 9)$.

16°. Подайте вираз у вигляді многочлена:

- 1) $(c + 3)(3 - c)$; 2) $(7m^2 - 4)(4 + 7m^2)$;
 3) $(2x - 1)^2$; 4) $(4 + 5c^2)^2$;
 5) $(2x - 3y)^2$; 6) $(5c^2 + m^3)^2$;
 7) $(x - 1)(x^2 + x + 1)$; 8) $(t + 5)(t^2 - 5t + 25)$.

17°. Розкладіть на множники:

- 1) $m^2 - 9$; 2) $36a^2 - 1$; 3) $0,49 - 0,64t^2$; 4) $m^2n^2 - \frac{9}{16}$.

18°. Подайте у вигляді добутку:

- 1) $16 - c^2$; 2) $1 - 0,64p^2$; 3) $a^2c^2 - \frac{9}{49}$; 4) $0,25 - 0,81p^2$.

19°. Подайте тричлен у вигляді квадрата двочлена:

- 1) $x^2 - 2x + 1$; 2) $m^2 + 14m + 49$;
 3) $4x^2 + 12x + 9$; 4) $25a^2 - 40ab + 16b^2$.

20°. Розкладіть на множники:

- 1) $c^2 - 16c + 64$; 2) $9a^2 + 12a + 4$;
 3) $16p^2 + 8p + 1$; 4) $4m^2 - 20mn + 25n^2$.

21°. Подайте у вигляді добутку многочленів:

- 1) $ax - 3a + bx - 3b$; 2) $x^2 - ax + bx - ab$;
 3) $5m + 5n - xm - xn$; 4) $7t - tx - 7 + x$.

22°. Розкладіть на множники:

- 1) $by - 5b - 5x + xy$; 2) $y^2 - my - ny + mn$;
 3) $8m - am - 16 + 2a$; 4) $2a - ax - 2 + x$.

Розділ 1. РАЦІОНАЛЬНІ ВИРАЗИ

Раціональні вирази. Раціональні дроби

68°. Які з виразів є цілими, а які – дробовими:

- 1) $\frac{1}{8}x^2y$; 2) $\frac{m+3}{8}$; 3) $\frac{t+2}{t}$; 4) 0;
 5) $x^2 + 2x - 3$; 6) $\frac{u+v-w}{9}$; 7) $\frac{3}{x^2+y^2}$;
 8) $(u+2)^2 - \frac{u}{8}$; 9) $\frac{u^3-5t}{12}$; 10) $\frac{1}{u^2+uv}$?

69°. З раціональних виразів $5a^2 - 4ab$, $\frac{x}{8}$, $\frac{9}{a}$, $c(c-d) - \frac{c}{3d}$, $\frac{1}{8}x^2 - \frac{1}{9}y^2$, $\frac{t}{t+8} - 9$ випишіть ті, які є:

- 1) цілими виразами;
 2) дробовими виразами.

70°. Знайдіть значення дробу:

- 1) $\frac{a^2-1}{2a}$, якщо $a = \frac{1}{2}$; 1; 10; 2) $\frac{x^2+2x-3}{2}$, якщо $x = 1$; 0; -3.

71°. Знайдіть значення дробів $\frac{1-x}{1+x}$ і $\frac{4}{x+1}$ за вказаних значень x і заповніть таблицю.

x	-4	-3	-2	0	1	2	3	4
$\frac{1-x}{1+x}$								
$\frac{4}{1+x}$								

72°. Чому дорівнює значення дробу $\frac{(x+y)^2-1}{x^2+y^2}$, якщо:

- 1) $x = 1$, $y = -1$; 2) $x = 1\frac{1}{2}$, $y = 0,5$?

73°. Знайдіть значення дробу $\frac{3+(a-b)^2}{a^2+b^2}$, якщо:

- 1) $a = 5$, $b = 5$;
 2) $a = 3$, $b = -4$.

74°. Складіть дріб:

- 1) чисельником якого є сума змінних x і y , а знаменником – їх різниця;
 2) чисельником якого є добуток змінних a і b , а знаменником – сума їх квадратів.

САМОСТІЙНІ РОБОТИ

С-1 [1М]. Раціональні дробу. Основна властивість раціонального дробу

Варіант 1

С-1А

1. За якого значення x значення дробу $\frac{2x-8}{x}$ дорівнює нулю?
2. За яких значень x має зміст вираз:
1) $\frac{3x}{8}$; 2) $\frac{x+7}{x-2}$?
3. Скоротіть дріб:
1) $\frac{12c^5}{16c^2}$; 2) $\frac{x^2-9}{2x-6}$; 3) $\frac{9b-18b^2}{2b-1}$.

С-1Б

1. За якого значення x значення дробу $\frac{x^2-4}{x+2}$ дорівнює нулю?
2. За яких значень x має зміст вираз:
1) $\frac{x+1}{x^2-3x}$; 2) $\frac{5}{x^2-4}$?
3. Скоротіть дріб:
1) $\frac{51a^5b^7}{68a^4b^8}$; 2) $\frac{2a^2-18}{a^2-6a+9}$; 3) $\frac{bc+b^3-c-b^2}{7b^2-7}$.

С-1В

1. За якого значення x значення дробу $\frac{(x+1)(x+5)}{|x|-5}$ дорівнює нулю?
2. За яких значень x має зміст вираз:
1) $\frac{7}{1-\frac{9}{x}}$; 2) $\frac{5}{4-|x-2|}$?
3. Скоротіть дріб:
1) $\frac{3x^8-x^6}{x^9-3x^{11}}$; 2) $\frac{3y^3-81}{5y^2-45}$; 3) $\frac{3x^2-18x+27}{x^3-3x^2+2x-6}$.

Варіант 2

С-1А

1. За якого значення x значення дробу $\frac{3x-12}{x}$ дорівнює нулю?

2. За яких значень x має зміст вираз:

1) $\frac{2x}{7}$; 2) $\frac{x+2}{x-1}$?

3. Скоротіть дріб:

1) $\frac{9m^6}{12m^2}$; 2) $\frac{x^2-4}{3x-6}$; 3) $\frac{7a-21a^2}{3a-1}$.

С-1Б

1. За якого значення x значення дробу $\frac{x^2-9}{x+3}$ дорівнює нулю?

2. За яких значень x має зміст вираз:

1) $\frac{x-2}{x^2+4x}$; 2) $\frac{2}{x^2-1}$?

3. Скоротіть дріб:

1) $\frac{63m^4n^8}{84m^3n^9}$; 2) $\frac{b^2-8b+16}{3b^2-48}$; 3) $\frac{a^3-b-a^2+ab}{5a^2-5}$.

С-1В

1. За якого значення x значення дробу $\frac{(x+2)(x+3)}{|x|-3}$ дорівнює нулю?

2. За яких значень x має зміст вираз:

1) $\frac{5}{1-\frac{4}{x}}$; 2) $\frac{3}{5-|x-1|}$?

3. Скоротіть дріб:

1) $\frac{2x^9-x^7}{x^9-2x^{11}}$; 2) $\frac{2y^3-16}{7y^2-28}$; 3) $\frac{x^3-2x^2+5x-10}{5x^2-20x+20}$.

ДІАГНОСТИЧНІ РОБОТИ
ДР-1 [1М]. Раціональні дроби.
Основна властивість раціонального дробу.
Додавання і віднімання дробів

Варіант 1

1° (1 бал). За яких значень змінної має зміст вираз:

1) $\frac{5}{x-4}$; 2) $\frac{x-1}{x(x+2)}$?

2° (1 бал). За яких значень змінної дріб дорівнює нулю:

1) $\frac{x-2}{5}$; 2) $\frac{13}{x+7}$?

3° (2 бали). Скоротіть дріб:

1) $\frac{25x^2y^5}{5xy^6}$; 2) $\frac{4xy-8y}{12y}$;

3) $\frac{5a-10}{6-3a}$; 4) $\frac{m^2-36}{2m-12}$.

4° (2 бали). Виконайте дію:

1) $\frac{7}{4+a} - \frac{3-a}{4+a}$;

2) $\frac{5}{3-b} + \frac{5}{3+b}$.

5 (4 бали). Спростіть вираз:

1) $\frac{a}{a-4} + \frac{16}{4a-a^2}$;

2) $\frac{8b^2-x}{2b} - 4b$;

3) $\frac{5a}{y^2-25a^2} + \frac{1}{5a-y}$;

4) $\frac{4}{c^2-2c} - \frac{c}{c-2} + \frac{c+2}{c}$.

6 (2 бали). За яких натуральних значень m дріб $\frac{m^2+3m+4}{m}$ набуває натуральних значень?

ЗАВДАННЯ ДЛЯ ЕКСПРЕС-КОНТРОЛЮ ЗНАНЬ

ЕК-1 [1М]. Раціональні дроби.
Основна властивість раціонального дробу.
Додавання і віднімання дробів

Варіант 1

Середній рівень

1° (1 бал). Знайдіть допустимі значення x :

1) $\frac{x-2}{7}$; 2) $\frac{7}{x-2}$.

2° (1 бал). Скоротіть дріб:

1) $\frac{3x^2y}{9x^3}$; 2) $\frac{x^2-6x+9}{x^2-9}$.

3° (1 бал). Виконайте дії:

1) $\frac{m+b}{3} - \frac{m-2b}{3}$;

2) $\frac{y+2}{2y} + \frac{5-2x}{4x}$.

Достатній рівень

1 (1 бал). Скоротіть дріб $\frac{x^3+8}{x^2+4x+4}$.

2 (2 бали). Спростіть вираз $\frac{2a}{2a-y} + \frac{2a}{2a+y} + \frac{4a^2+y^2}{y^2-4a^2}$.

Високий рівень

1 (1 бал). За яких значень змінної дріб $\frac{x^2+3x}{|x|-3}$:

1) не має змісту; 2) дорівнює нулю?

2 (2 бали). Знайдіть значення a і b , за яких для будь-яких допустимих значень x рівність є тотожністю

$$\frac{a}{x+3} + \frac{b}{x-3} = \frac{5x+3}{x^2-9}.$$

ВІДПОВІДІ ТА ВКАЗІВКИ ДО ВПРАВ

Повторення вивченого у 7-му класі

5. 1) -1 ; 2) 1. 41. $a = 2$. 42. Вказівка. $m^2 + 4mn + 5n^2 + 2n + 1 = (m + 2n)^2 + (n + 1)^2$. 66. 1) Так; 2) ні. 67. 1) 6; 2) 2; 3) будь-яке число, крім $-1, 5$.

Розділ 1. Раціональні вирази

75. 1) x – будь-яке число; 2) $x \neq 0$; 3) x – будь-яке число; 4) $x \neq 1\frac{1}{3}$;
5) $x \neq 3$; 6) x – будь-яке число; 7) $x \neq 0$; $x \neq 3$; 8) $x \neq 0$; $x \neq 1$; 9) $x \neq 1$.
76. 1) x – будь-яке число; 2) $x \neq 0$; 3) x – будь-яке число; 4) $x \neq -3$; 5) $x \neq 7$;
 $x \neq 0$; 6) $x \neq 5$; $x \neq -4$. 80. 1) 6; 2) 13; 3) -22 ; 4) -8 . 81. 1) -1 ; 2) 9; 3) -16 ;
4) 34. 82. 1) 2; 2) $\frac{7}{3}$; 3) 0; 2; 4) 1; -2 ; 5) немає таких значень x ; 6) -3 . 83. 1) -5 ;
2) немає таких значень x ; 3) 1; 4) $0 < x < 5$ або $x > 5$. 84. 1) $-0,5$; 2) 0; 1;
3) -2 ; 4) немає таких значень x ; 5) 5; 6) -3 . 85. 1) $x \neq 2$; $x \neq -2$; 2) $x \neq 1$;
 $x \neq -1$; 3) x – будь-яке число; 4) $x \neq 0$; $x \neq 1$; 5) $x \neq 0$; $x \neq -1$; 6) $x \neq 0$; $x \neq 2$;
7) $x \neq 2$; 8) $x \neq 3$; $x \neq 1$; 9) $x \neq 0$; $x \neq 1$; $x \neq -1$. 86. 1) $x \neq 1$; $x \neq -1$; 2) $x \neq 4$;
 $x \neq -4$; 3) x – будь-яке число; 4) $x \neq 0$; $x \neq -2$; 5) $x \neq 1$; $x \neq 5$; 6) $x \neq 0$.
92. 5) $\frac{x}{y^2}$; 6) $-\frac{7b}{9}$; 7) $\frac{5y}{8x}$; 8) $3a^2b^2$. 93. 1) $\frac{9a}{10}$; 2) $-\frac{c}{2}$; 3) $3b$; 4) $-\frac{2}{7x^2}$; 5) m^2y ;
6) $-\frac{2y}{7}$. 94. 3) $-\frac{3b^2}{5a}$; 4) $\frac{2mt}{3n^2}$. 95. 1) $\frac{ab^2}{b^5}$; 2) $\frac{9y^2x}{27y^3}$; 3) $\frac{48mn}{42m^3n^2}$; 4) $\frac{15abc}{24b^2a}$.
96. 1) $\frac{xy^2}{y^4}$; 2) $\frac{8ab^2}{16b^3}$; 3) $\frac{35pq}{21p^3q^2}$; 4) $\frac{6abc}{14ab^6}$. 100. 3) $\frac{a-2}{3}$; 4) $\frac{y+3}{y-3}$; 5) $-\frac{m+4}{m^2}$;
6) $\frac{1-x}{1+x}$. 102. 1) $\frac{3}{a-3}$; 2) $\frac{x-2}{3}$; 3) $\frac{x+5}{3}$; 4) $\frac{m-4}{m+4}$; 5) $\frac{t-3}{t^2}$; 6) $\frac{4-y}{4+y}$;
7) $a + 4b$; 8) $\frac{a-2b}{a+2b}$. 109. 1) $\frac{7(x-y)}{(x-y)^2}$; 2) $\frac{5(a-b)}{a^2-b^2}$; 3) $\frac{7m(m^2+m+1)}{m^3-1}$; 4) $\frac{5p(p-q)}{p^3-q^3}$;
5) $-\frac{7m}{n-m}$; 6) $-\frac{t(1+t)}{1-t^2}$. 113. 1) $\frac{3+a}{9}$; 2) $\frac{a+1}{2x+a}$. 114. 1) $\frac{a-b-c}{a+b+c}$; 2) $\frac{2p-q}{2p+q}$.
115. 1) $\frac{x-y}{5-a}$; 2) $\frac{3m-2n}{m-n^2}$. 121. 2. 122. 1) 18; 2) $-\frac{4}{15}$; 3) $\frac{2}{9}$. 124. 1) x – будь-яке
число, крім 3; 2) немає розв'язків; 3) -1 ; 4) немає розв'язків. 125. 1) Якщо
 $a = 1$, то рівняння не має розв'язків; якщо $a \neq 1$, то $x = 1$; 2) якщо $a = 2$ або
 $a = -2$, то рівняння не має розв'язків; якщо $a \neq 2$ і $a \neq -2$, то $x = a$; 3) якщо
 $a = 1$, то x – будь-яке число; якщо $a \neq 1$, то $x = a + 1$; 4) якщо $a = 2$, то рівнян-
ня не має розв'язків; якщо $a = -2$, то x – будь-яке число; якщо $a \neq 2$ і $a \neq -2$,
то $x = \frac{a+2}{a-2}$. 133. 3) $-\frac{1}{4t}$; 4) 1; 5) $\frac{2-2a}{3a}$; 6) 1. 134. 1) $\frac{a-2}{a}$; 2) 1; 3) $\frac{x-2}{x}$;
4) $\frac{2x-1}{x}$. 136. 3) $\frac{a-3}{a+3}$; 4) $\frac{2}{x}$. 138. 3) 3; 4) 8. 139. 3) 1; 4) 2; 5) $\frac{a+6}{3}$; 6) $a - 3p$.
144. 1) $\frac{m}{a} + \frac{n}{a}$; 2) $\frac{3}{y} - \frac{1}{y^2}$; 3) $\frac{2x}{y} + \frac{y}{2x}$; 4) $\frac{3}{2ab^2} - \frac{2}{a^2b}$. 145. 1) $\frac{t}{2} - \frac{3c}{4}$; 2) $\frac{y}{6z} + \frac{z}{3y}$;
3) $\frac{3}{m^3} - \frac{4}{m}$; 4) $\frac{y}{5x} + \frac{1}{8x}$. 154. 4) 1; 2; 5) 1; 3. 155. 1) 1; 2; 3; 6; 2) 1; 5; 3) 1; 2;

ЗМІСТ

Передмова	3
-----------------	---

ВПРАВИ

Повторення вивченого у 7-му класі	8
Лінійні рівняння з однією змінною	8
Цілі вирази	8
Функції	12
Системи лінійних рівнянь з двома змінними	13
Розділ 1. Раціональні вирази	15
Раціональні вирази. Раціональні дробі	15
Основна властивість раціонального дробу	17
Додавання і віднімання дробів з однаковими знаменниками	22
Додавання і віднімання дробів з різними знаменниками	26
Множення дробів. Піднесення дробу до степеня	31
Ділення дробів	34
Тотожні перетворення раціональних виразів	36
Раціональні рівняння	41
Степінь із цілим показником	43
Властивості степеня із цілим показником	46
Стандартний вигляд числа	51
Функція $y = \frac{k}{x}$, її графік і властивості	52
Розділ 2. Квадратні корені. Дійсні числа	56
Функція $y = x^2$, її графік і властивості	56
Арифметичний квадратний корінь	57
Множина. Підмножина. Числові множини. Раціональні числа.	
Ірраціональні числа. Дійсні числа	59
Тотожність $(\sqrt{a})^2 = a$, $a \geq 0$. Рівняння $x^2 = a$	62
Властивості арифметичного квадратного кореня	64
Тотожні перетворення виразів, що містять квадратні корені	69
Функція $y = \sqrt{x}$, її графік і властивості	76
Розділ 3. Квадратні рівняння	79
Квадратні рівняння. Неповні квадратні рівняння	79
Формула коренів квадратного рівняння	81
Теорема Вієта	83
Квадратне рівняння як математична модель текстових і прикладних задач	86
Квадратний тричлен. Розкладання квадратного тричлена на лінійні множники	88
Розв'язування рівнянь, які зводяться до квадратних	93
Розв'язування задач за допомогою дробових раціональних рівнянь	98

САМОСТІЙНІ РОБОТИ

С–1 [1М]. Раціональні дробі. Основна властивість раціонального дробу	102
С–2 [2М]. Додавання і віднімання дробів	104
С–3 [5М]. Множення і ділення дробів. Піднесення дробу до степеня	106

С–4 [6М]. Тотожні перетворення раціональних виразів. Раціональні рівняння	110
С–5 [9М]. Степінь із цілим показником і його властивості	112
С–6 [10М]. Стандартний вигляд числа. Функція $y = \frac{k}{x}$	114
С–7 [13М]. Функція $y = x^2$. Арифметичний квадратний корінь. Раціональні та ірраціональні числа. Тотожність $(\sqrt{a})^2 = a$. Рівняння $x^2 = a$	116
С–8 [14М]. Властивості арифметичного квадратного кореня. Тотожні перетворення виразів, що містять квадратні корені. Функція $y = \sqrt{x}$	118
С–9 [17М]. Квадратні рівняння. Формула коренів квадратного рівняння	120
С–10 [18М]. Теорема Вієта. Квадратне рівняння як математична модель прикладної задачі	122
С–11 [21М]. Квадратний тричлен. Розв'язування рівнянь, що зводяться до квадратних, та задач за допомогою рівнянь, які зводяться до квадратних	124

ДІАГНОСТИЧНІ РОБОТИ

ДР–1 [1М]. Раціональні дробі. Основна властивість раціонального дробу. Додавання і віднімання дробів	126
ДР–2 [3М]. Множення і ділення дробів. Тотожні перетворення раціональних виразів. Раціональні рівняння	128
ДР–3 [5М]. Степінь із цілим показником. Стандартний вигляд числа. Функція $y = \frac{k}{x}$	130
ДР–4 [7М]. Квадратні корені. Дійсні числа	132
ДР–5 [9М]. Квадратне рівняння. Теорема Вієта. Квадратне рівняння як математична модель прикладної задачі	134
ДР–6 [11М]. Квадратний тричлен. Розв'язування рівнянь, що зводяться до квадратних, та задач за допомогою рівнянь, які зводяться до квадратних	136
Підсумкова контрольна робота за 8-й клас	138

ЗАВДАННЯ ДЛЯ ЕКСПРЕС-КОНТРОЛЮ ЗНАНЬ

ЕК-1 [1М]. Раціональні дробі. Основна властивість раціонального дробу. Додавання і віднімання дробів	140
ЕК-2 [3М]. Множення і ділення дробів. Тотожні перетворення раціональних виразів. Раціональні рівняння	142
ЕК-3 [5М]. Степінь із цілим показником. Стандартний вигляд числа. Функція $y = \frac{k}{x}$	144
ЕК-4 [7М]. Квадратні корені. Дійсні числа	146
ЕК-5 [9М]. Квадратні рівняння. Теорема Вієта. Квадратне рівняння як математична модель прикладної задачі	148
ЕК-6 [11М]. Квадратний тричлен. Розв'язування рівнянь, що зводяться до квадратних, та задач за допомогою рівнянь, які зводяться до квадратних	150
Додаток. С–0. Повторення матеріалу за курс алгебри 7-го класу	152
Відповіді та вказівки до вправ	154